PRODUKTIONSPLANUNG IN SAISONBETRIEBEN

Dissertation

zur Erlangung des wirtschaftswissenschaftlichen Doktorgrades
der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt
von

Diplom-Kaufmann Siegfried Bandilla
aus Dornberg

Göttingen 1967

PRODUKTIONSPLANUNG IN SAISONBETRIEBEN

Dissertation

zur Erlangung des wirtschaftswissenschaftlichen Doktorgrades
der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt
von

Diplom-Kaufmann Siegfried Bandilla
aus Dornberg

Göttingen 1967

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Berichterstatter: Professor Dr. Adolf Angermann

Mitberichterstatter: Professor Dr. Hans-Dieter Deppe

Tag der mündlichen Prüfung: 22. Februar 1967

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	1
A. Abgrenzung des Themas und Problemstellung	3
I. Einordnung der Produktions- und Lagerhaltungsplanung in das Gebiet der Gesamtplanung	3
II. Bestimmung und Abgrenzung des Saisonbetriebes	7
III. Problemstellung der Arbeit	10
B. Die für die Produktionsplanung relevanten Größen	14
I. Die anfallenden Kosten und ihre Analyse	14
a) Die Kosten im Produktionsbereich	16
b) Die Kosten im Lagerbereich	19
II. Absatzfunktion und Nachfragevorhersage	21

Seite

C. Produktionsplanung in Einproduktbetrieben 28

I. ... mit deterministischer Absatzfunktion 28

a) Die grundsätzlichen Verhaltensweisen hinsichtlich der Produktion bei saisonalen Absatzschwankungen 28

1) Synchronisation von Produktion und Absatz 30

2) Emanzipation der Produktion vom Absatz 33

3) Kombination der beiden extremen Verhaltensweisen 37

b) Die betrieblichen Anpassungsmöglichkeiten und ihre Verwendung bei der Produktionsplanung 40

1) Anpassung des Betriebes an Saisonschwankungen mit Hilfe betriebsinterner Mittel 41

aa) Anpassung mittels Vorratslager 41

11) Der Einfluß konstanter Produktionskosten je Einheit 42

22) Der Einfluß der sich mit der Produktionsrate ändernden Kosten je Einheit 43

Seite

bb) Anpassung mittels Überstundenproduktion 44

11) Untersuchung des Planungsproblems mit Hilfe der "Break-even-point"-Analyse 45

11a) Aufstellung des Produktionsplanes mit Hilfe der Inspektionsmethode 50

11b) Einbeziehung von Kapazitätsbeschränkungen 54

22) Das Produktionsplanungsproblem als Distributionsproblem (Transportmodell) 57

cc) Anpassung mittels Variation der Belegschaftsstärke 67

11) Einführung der Beschäftigungsänderungskosten in das Ausgangsmodell 68

22) Das Planungsproblem und seine Lösung unter verschiedenen Nebenbedingungen hinsichtlich Kapazität und Beschäftigungsvariation 73

22a) Beschäftigungsänderungskosten = o 73

22aa) unbeschränkte Tageskapazität 73

22ab) beschränkte Tageskapazität 76

22b) Beschäftigungsänderungskosten > o 79

22ba) unbeschränkte Tageskapazität 79

22bb) beschränkte Tageskapazität 84

dd) Anpassung mittels einer kombinierten Anwendung der verschiedenen Möglichkeiten 86

ee) Die Abhängigkeit der betriebsinternen Anpassungsweisen von den betrieblichen Kostenverhältnissen 94

2) Anpassung des Betriebes an Saisonschwankungen mit Hilfe betriebsexterner Mittel 108

aa) Anpassung mittels Zukäufe und fremder Lohnproduktion 108

bb) Ein Entscheidungsmodell 109

II. .... mit stochastischer Absatzfunktion 112

a) Änderungen des Planungsproblems bei Ungewißheit 112

b) Statische und dynamische Produktionsplanung bei Ungewißheit 115

c) Die Produktionsplanung bei Ungewißheit als statisches Problem 116

d) Die Produktionsplanung bei Ungewißheit als dynamisches Problem 119

1) Die Entscheidungsfindung mit Hilfe der Dynamischen Programmierung und der so gewonnene Produktionsplan 123

2) Interpretation der Produktionsplanung bei Ungewißheit 143

3) Entscheidungsregeln und stochastische Absatzfunktion 146

Seite

D. Produktionsplanung in Mehrproduktbetrieben 148

I. Mehrproduktbetriebe mit parallelen saisonalen Absatzschwankungen bei den einzelnen Produkten 149

a) Das Planungsproblem in Mehrproduktbetrieben 149

b) Ein Lösungsmodell 151

II. Mehrproduktbetriebe mit entgegengesetzten saisonalen Absatzschwankungen bei den einzelnen Produkten 152

Verzeichnis der Symbole 156

Anhang 157

Literaturverzeichnis 160

Einleitung

Während in der älteren Betriebswirtschaftslehre das Schwergewicht der Forschungsarbeit auf der Analyse der gegenwärtigen Betriebsstruktur und der Entwicklung in der Vergangenheit lag, wendet sich die neuere betriebswirtschaftliche Forschung vorwiegend der Zukunftsbetrachtung zu. Da jedes unternehmerische Handeln in die Zukunft gerichtet ist und die Tatsachen der Vergangenheit und der gegenwärtige Status nur soweit interessant sind, als daraus Rückschlüsse über die Entwicklung in der Zukunft gezogen werden können, so ergab sich zwangsläufig die Notwendigkeit, sich mit fortschreitendem Stand der Forschung der Zukunftsbetrachtung zuzuwenden.

Während man noch vor dem 2. Weltkrieg die Unternehmertätigkeit des Planens aus den wissenschaftlichen Untersuchungen weitgehend ausklammerte, beschäftigt sich die neuere betriebswirtschaftliche Forschung in immer stärkerem Maße mit der Gestaltung der unternehmerischen Tätigkeiten in die Zukunft hinein, und die Erarbeitung von Entscheidungshilfen und speziellen Planungsverfahren ist heute zu einem beherrschenden Forschungsgegenstand geworden.

Der beschriebene Wandel in der betriebswirtschaftlichen Forschung äußert sich vor allem in der Intensivierung der Untersuchungen zum Problem der Planung in den verschiedenen betrieblichen Bereichen. Zunächst war es die Kostenrechnung, der man sich verstärkt zuwandte, und die Fragen der Plankostenrechnung wurden zum Hauptgegenstand der Diskussion. Daneben fanden noch Fragen der Absatz- und Finanzplanung starkes Interesse. Die Produktionsplanung hat besonders im

letzten Jahrzehnt große Beachtung gefunden und einen entscheidenden Fortschritt durch die Entwicklung der Unternehmensforschung (Operations Research) erfahren. Diese stellt sich zur Aufgabe, "die Ursachen, Einflüsse und Wirkungen wirtschaftlicher Prozesse mathematisch zu erforschen und dadurch den Betriebsführern Unterlagen für die Entscheidungen zu geben."[1] Das Ziel, das verfolgt wird, besteht darin, den kostspieligen Prozeß, sich mittels der Versuch-Irrtum-Methode mit der Zeit an eine optimale Lösung heranzutasten, zu vermeiden und statt dessen alle Möglichkeiten der Analyse des Problems, die die Wissenschaft bietet, auszunutzen und optimale Verhaltensweisen für Planungs- und Entscheidungsprobleme zu ermitteln.

---

1) RKW-Auslandsdienst, Ablauf- und Planungsforschung, Operations Research, Heft 56, München 1958, S. 3

A. Abgrenzung des Themas und Problemstellung

I. Einordnung der Produktionsplanung in das Gebiet der Gesamtplanung

Planung, ganz allgemein verstanden, ist stets mit in die Zukunft gerichtetem Denken verbunden und hat einen Prozeß von Überlegungen und daraus resultierenden Entscheidungen unter Beachtung vorgegebener Ziele zum Inhalt. Sie ist stets auf aktives Handeln in der Zukunft ausgerichtet. Die beiden wesentlichen Elemente der Planung sind daher:"Das auf zukünftiges aktives Handeln gerichtete Vorausdenken und das Fällen von Entscheidungen."[1)]

Unter Planung in der hier gebrauchten Bedeutung soll das Treffen von Entscheidungen verstanden werden, durch welche der Betrieb im voraus geregelt wird.[2)] Das Ergebnis der Planung stellt "ein System von Entscheidungen" dar, "durch welche bestimmte Handlungen im voraus festgelegt werden."[3)]

Die Planung erstreckt sich gewöhnlich auf sämtliche Bereiche des Betriebes, da der Erfolg der ganzen Planungsarbeit gefährdet wird, falls sie nicht für alle Bereiche geschieht. Von dem nicht erfaßten Bereich ausgehende Störungsmomente können sehr stark sein und die Arbeit der von der Planung erfaßten Bereiche zerstören[4)], weshalb eine Vollständigkeit der Planung auf alle Bereiche zwangsläufig die Folge ist.

Entsprechend den vier Hauptbereichen des Betriebes: Beschaffung, Produktion, Absatz und Finanzierung er-

---

1)Ellinger, Th.: Ablaufplanung, Stuttgart 1959, S. 13
2)Siehe Koch,H.: Betriebliche Planung, Grundlagen und Grundfragen der Unternehmenspolitik, Wiesbaden 1961, S. 11
3)Ebenda, S. 9
4) Vgl. Gutenberg,E.: Planung im Betrieb, ZfB, 1952, S. 672

geben sich auch die folgenden vier Planungsbereiche: Beschaffungs-, Produktions-, Absatz- und Finanzplanung[1].

In marktwirtschaftlich orientierten Wirtschaftssystemen steht an der Spitze der betrieblichen Teilpläne gewöhnlich der Absatzplan[2], in dem die während der Planungsperiode zu erwartenden Verkaufsmengen und Verkaufserlöse der einzelnen Produkte festgelegt werden, mit denen der Betrieb in den einzelnen Perioden des Planungszeitraums rechnen kann. Daran anschließend werden von der Produktionsplanung, und zwar von der Produktionsprogrammplanung[3], die einen Teilbereich der Produktionsplanung darstellt, aus den Verkaufsmengen die Produktionsmengen abgeleitet[4]. Die Programmplanung legt die Mengen fest, die in einer bestimmten Zeit hergestellt werden sollen. Dabei kann die Programmplanung in eine Programmplanung im engeren Sinne und in eine Programmplanung im weiteren Sinne aufgeteilt werden. Während es bei der Programmplanung im weiteren Sinne um die Festlegung der zu produzierenden Artikel und Sorten geht, erfolgt bei der Programmplanung im engeren Sinne die Bestimmung der

---

1) Zu den Problemen der Beschaffungs-, Absatz- und Finanzplanung siehe u.a.
Munz,M.: Beschaffungsplan, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 3. Aufl., Stuttgart 1956, Sp. 692 ff
Fratz,E.: Absatzplanung, in: Unternehmensplanung, Hersg. Agthe,K. - Schnaufer,E., Baden-Baden 1963, S. 235 ff
Lücke,W.: Finanzplanung und Finanzkontrolle, Wiesbaden 1962

2) Über die mögliche Rangfolge in der zeitlichen Aufstellung der Teilpläne siehe Mellerowicz,K.: Planung und Plankostenrechnung, Freiburg 1961, S.271

3) Siehe das Schema Nr. 1 auf S. 6 dieser Arbeit.

4) Zwischen dem Absatzplan und dem Produktionsplan braucht keine mengenmäßige Übereinstimmung zu bestehen, da nicht alle im Absatzplan enthaltenen Produkte selbst hergestellt zu werden brauchen (Möglichkeit der Lohnproduktion und des Zukaufs).

Produktionsmengen und deren zeitliche Verteilung auf die einzelnen Perioden.[1] "Das Produktionsprogramm im engeren Sinne stellt als Ergebnis der Planung einen Produktionsplan für einen bestimmten Zeitabschnitt dar, der die in dieser Zeit zu fertigenden Produkte nach Art und Menge enthält."[2]

Uns interessiert im Rahmen dieser Untersuchung nur die Programmplanung im engeren Sinne, da wir davon ausgehen, daß die Zahl der Erzeugnisarten, d.h. die Breite des Produktionsprogramms fest vorgegeben ist und nur die Erzeugnismengen und ihre zeitliche Verteilung zu bestimmen sind.

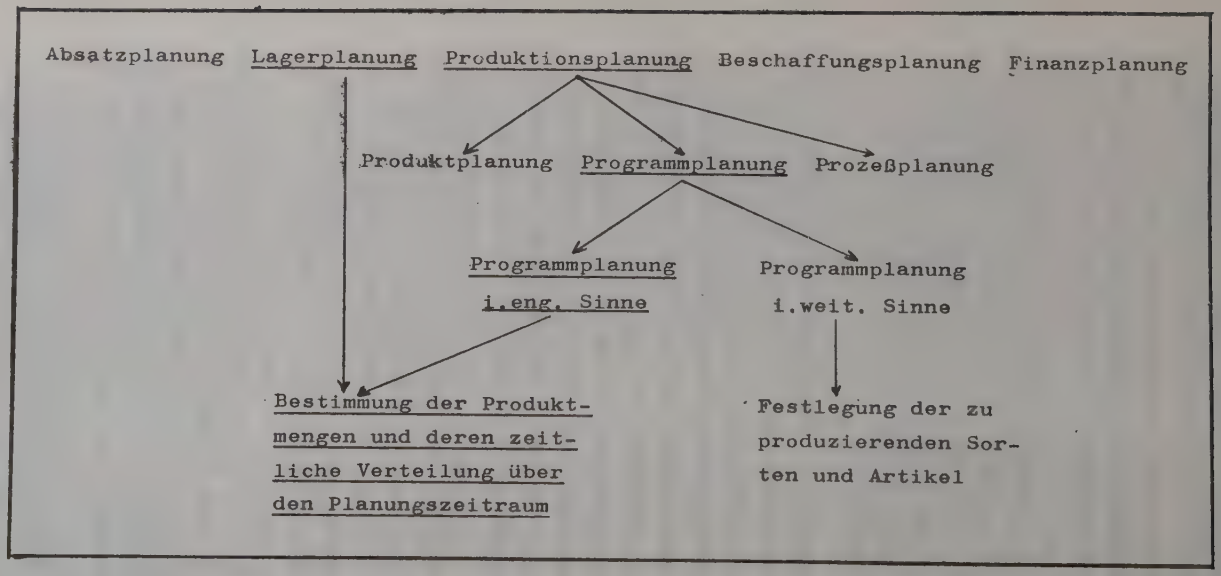
Deckt sich der Absatzplan, der die Verkaufsmengen der einzelnen Produkte je Periode festlegt, mit dem Produktionsprogramm im engeren Sinne, dann liegt eine qualitative, quantitative und zeitliche Gleichschaltung von Absatz und Produktion vor. Stimmen während der einzelnen Teilperioden die Absatzmengen nicht mit den Produktionsmengen überein, so tritt automatisch zwischen den Absatzplan und den "Produktionsplan im engeren Sinne" gleichsam als Differenzplan die Lagerplanung für Fertigprodukte. Diese zeitliche Nichtübereinstimmung von Produktions- und Absatzprogramm besteht in den meisten Betrieben, die lagerfähige Produkte erzeugen, da von der Möglichkeit Gebrauch gemacht wird, die Fertigung zeitlich vom Absatz zu lösen, um einen harmonischen Ablauf der Produktion bei bester Ausnutzung der Kapazität zu erreichen.

Eine besondere Rolle für die Produktionsplanung spielt die Lagerhaltung, wenn saisonale Schwankungen in der Nachfrage auftreten. Mit Hilfe der Lagerplanung versucht man die negativen Einflüsse, die von den Saisonschwankungen ausgehen, von der Produktion fernzuhalten.

---

1) Vgl. insbesondere Ellinger,Th., a.a.O., S. 16
Abromeit,G.: Erzeugnisplanung und Produktionsprogramm im Lichte der Produktions- Absatz- und Wettbewerbspolitik, Wiesbaden 1955, S. 28

2) Ellinger,Th., a.a.O., S. 17



Schema Nr. 1 Stellung der Produktions- und Lagerplanung im System der Gesamtplanung

indem man die Fertigung zeitlich vom Absatz löst und verselbständigt, wobei die zeitliche Diskrepanz zwischen Fertigung und Absatz durch die Lagerhaltung überbrückt werden muß. Gerade in Saisonbetrieben muß daher die Produktionsprogrammplanung im engeren Sinne und die Lagerhaltungsplanung Hand in Hand gehen. "The problem of optimal production planning implicitly becomes a problem of planning inventories."[1)]

Die Planungsprobleme in Saisonbetrieben, die dieser Arbeit zugrunde liegen, beziehen sich also auf die Produktionsprogrammplanung im engeren Sinne und auf die Lagerhaltungsplanung.

II. Bestimmung und Abgrenzung des Saisonbetriebes

In der betriebswirtschaftlichen Literatur gibt es keinen einheitlichen Begriff des Saisonbetriebes, was bei der Fülle seiner Erscheinungsformen auch kaum zu erwarten ist. Als Saisonbetriebe im Sinne dieser Arbeit wollen wir ganz allgemein alle Betriebe verstehen, die in irgendeiner Form Saisonschwankungen ausgesetzt sind.

Als Saisonschwankungen bezeichnet man die kürzesten Wellen des Wirtschaftsablaufs, die sich innerhalb der einzelnen Jahre abspielen und deren besonderes Merkmal in ihrer von Jahr zu Jahr erfolgenden Wiederkehr liegt.[2)] Sie treten in einem bestimmten Rhythmus wenigstens einmal im Jahr auf; der Zeitpunkt ihres Eintritts muß bestimmt und ihre zeitliche Dauer terminmäßig gebunden sein, wenn auch nicht auf den Kalendertag genau, aber doch mit großer Wahrscheinlichkeit vorher bestimmbar.[3)] Wagemann nennt die Saisonschwankungen "wieder-

---

1) Danø,S.: Linear Programming in Industry, Theory and Applications, 2nd edition, Wien 1963, S. 57
2) Finck v. Finckenstein,H.-W-: Saisonschwankungen, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Stuttgart-Tübingen-Göttingen 1965, Bd. 9, S. 84
3) Reiner,M.: Die Saisonschwankungen als betriebswirtschaftliches Problem, Köln 1949, S. 7

kehrende vom Prinzip der Reaktion beherrschte Vorgänge, die an den Lauf der Jahreszeiten und deren Einflüsse auf die wirtschaftliche Tätigkeit gebunden sind".[1]

Für die Saisonschwankungen werden gemeinhin zwei Ursachen genannt:[2] Jahreszeiten (Klima) und menschliche Einrichtungen (Gebräuche und gesellschaftliche Institutionen) im weitesten Sinne[3]. "Je nach seinem 'ökonomischen Ort' (d.h. seiner Phasenstellung innerhalb des wirtschaftlichen Gesamtprozesses vom Urproduzenten zum Verbraucher - d. Verf.) hat sich der Betrieb mit Einflüssen auseinanderzusetzen, die seiner Lage entsprechend vorwiegend von dem einen (Natur) oder dem anderen (Kultur im Sinne der menschlichen Bedarfsordnung) 'Pol' der Wirtschaft ausgehen."[4] Diese Einflüsse sind es, die die ihnen ausgesetzten Betriebe zu Saisonbetrieben machen, da sie sich auf die innerbetriebliche Sphäre des Betriebes auswirken. Werden die wichtigsten betrieblichen Grundfunktionen durch die von den Jahreszeiten und den menschlichen Einrichtungen ausgehenden Einflüsse bestimmt, dann setzt sich diese Wirkung auf den ganzen Betrieb fort und wird zum beherrschenden Faktor des gesamten Betriebsgeschehens.

Je nachdem, welche betriebliche Grundfunktion von den obigen Einflüssen betroffen wird, lassen sich Saisonbetriebe unterscheiden, bei denen entweder

---

1) Zitiert nach Finck v. Finckenstein, H.-W.: Saisonschwankungen, a.a.O., S. 84
2) Vgl. Schulz, K.H.: Die Ökonomik des Saisonbetriebes, Nürnberg 1953, S. 14 ff
Reiner, M., a.a.O., S. 38 ff und 42 ff
3) So liegen beispielsweise, bedingt durch Feiertage bzw. Jahreszeiten, die Saisonspitzen der Keks- und Süßwarenindustrie vor den Oster- und Weihnachtsfeiertagen, während die Personenkraftwagen- und Fahrradindustrie ihre Hauptabsatzzeiten im Frühjahr und Frühsommer hat. Die Landmaschinenindustrie hat sogar zwei Absatzspitzen: im Frühjahr (Bearbeitungsmaschinen) und im Spätsommer und Herbst (Erntemaschinen).
4) Schulz, K.H., a.a.O., S. 14

a) die Beschaffung,
b) die Produktion oder
c) der Absatz

saisonal schwankt. Manchmal sind es auch zwei Grundfunktionen, die gleichzeitig betroffen werden und so bestimmend auf den Betrieb einwirken.

Betriebe, bei denen die B e s c h a f f u n g saisonal schwankt, d.h. nur zu gewissen Zeiten des Jahres möglich ist, und dadurch diese Betriebe zu Saisonbetrieben macht, sind nur in naturnahen Wirtschaftszweigen anzutreffen.

Betriebe, deren P r o d u k t i o n saisonal schwankt, sind unter anderem solche, bei denen die Rohstoffe nur saisonal anfallen, zum anderen aber auch solche, deren Rohstoffe nur saisonal verarbeitet werden können, da die Witterung auf die Produktion einwirkt und eine produktive Tätigkeit nur zu gewissen Jahreszeiten möglich ist, wie etwa bei den Ziegeleien[1] und im Baugewerbe. Aber auch bei den meisten Betrieben der Urproduktion, wie etwa den Betrieben des Bodenan- und -abbaus, ist die Produktion jahreszeitlich gebunden. Daneben gibt es auch Betriebe, deren Produktion saisonal schwankt, bedingt durch saisonale Schwankungen im Absatz, denen der Betrieb mit der Produktion folgt.

Betriebe, deren A b s a t z saisonal schwankt, finden sich hauptsächlich in konsumnahen Branchen.

---

1) Den größten Teil der Ziegeleien in Deutschland bilden die Sommerziegeleien, die ihre Produktion während der Wintermonate einstellen wegen der Frostempfindlichkeit der Rohlinge.

Für diese Betriebe ist der an bestimmte Jahreszeiten gebundene natur- oder kulturbedingte Bedarfsrhythmus das dominierende Datum der Betriebspolitik. Je nach der Lagerfähigkeit der Güter und bedingt durch technische Gründe und wirtschaftliche Erwägungen, wird die Produktion entweder das ganze Jahr über mehr oder weniger konstant gehalten oder zeitlich mit den Saisonschwankungen des Absatzes gekoppelt und weist dann ebenfalls starke Schwankungen auf. Im letzteren Falle ist dann sowohl der Absatz als auch die Produktion der Bestimmungsfaktor für den Saisonbetrieb.

Bei unserer Untersuchung wollen wir uns auf solche Betriebe beschränken, die absatzbedingten Saisoneinflüssen ausgesetzt sind und dadurch dem besonderen Problem der Produktionsverteilung gegenüberstehen.

III. Problemstellung der Arbeit

Die zu untersuchenden Planungsprobleme beziehen sich auf die Produktionsprogramm- und auf die Lagerhaltungsplanung. Dabei geht es darum, die Mengen zu bestimmen, die in den einzelnen Perioden des Planungszeitraums zu produzieren sind und die Teilmengen festzulegen, die davon für spätere Perioden gelagert werden sollen.

In Produktionsbetrieben mit saisonalen Absatzschwankungen wirft die Produktions- und Lagerhaltungsplanung besondere Probleme bei der Beantwortung der Frage auf, wie der schwankende Auftragsanfall zeitlich auf die Fertigung zu verteilen ist. Die saisonalen Absatzschwankungen "bilden den Hintergrund, vor dem die

Analyse der Beziehungen zwischen Fertigungs- und Absatzvolumen ihren eigentlichen Problemgehalt empfängt."[1]

Der Betrieb steht bei der Planung seines Produktionsprogramms vor der Entscheidung, ob er die Produktion mit dem Absatz schwanken lassen oder von den Absatzschwankungen lösen und eine konstante Produktion realisieren soll, oder ob er eine Produktionsverteilung wählen soll, die zwischen den beiden extremen Verteilungsweisen liegt. Führt der Betrieb eine Verteilung der Produktion in der Weise durch, daß er eine Synchronisation von Produktion und Absatz verwirklicht, dann sind die Produktions- und Absatzgeschwindigkeit in den einzelnen Perioden gleich, im Falle der Emanzipation der Produktion vom Absatz weichen beide voneinander ab.[2] Bei der Synchronisation von Produktions- und Absatzgeschwindigkeit werden die Perioden mit übergroßer Produktionsgeschwindigkeit[3] Kosten der Überbeanspruchung aufweisen, während in den Perioden mit unterdurchschnittlicher Produktionsgeschwindigkeit Kosten der ungenutzten Kapazität anfallen.[4] Sieht die Planung vor, daß sich die Produktion von dem zeitlichen Verlauf des Absatzes löst und daß in jeder Periode eine konstante Menge produziert wird, dann entstehen Fertigfabrikatelager, die Lagerkosten verursachen. Es ergibt sich dann die Frage nach der Planung

---

1) Brunner, M.: Planung in Saisonunternehmungen-- zeitliche Abstimmung zwischen Fertigungs- und Absatzvolumen bei saisonalen Absatzschwankungen, Köln-Opladen 1962, S. 2

2) Zum Begriff der Emanzipation und Synchronisation siehe Gutenberg,E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1, Die Produktion, 11. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York 1966, S. 165 ff

3) Vgl. Gutenberg,E.: Grundlagen.., a.a.O., S. 169

4) Wir gehen bei der Untersuchung des Planungsproblems von einer bestehenden technischen Kapazität aus und betrachten das Planungsproblem in Saisonbetrieben als ein kurzfristiges Produktionsplanungsproblem. Zum Problem der Kapazitätsplanung (Bereitstellungsplanung insbesondere der unbeweglichen Produktionsmittel) in Saisonbetrieben siehe insbesondere Brunner, M., a.a.O., S. 13 ff

der Fertigfabrikatelager bei schwankender Beschäftigung des Unternehmens.[1)]

Aus dem eben Gesagten leitet sich für die Produktions- und Lagerhaltungsplanung die Forderung ab, die Produktion so zu planen, daß die von der Verteilungsweise der Produktion abhängigen Kosten, d.h. die Summe der Produktions- und Lagerkosten für den gesamten Planungszeitraum, ein Minimum werden. Es würde zu falschen Ergebnissen führen, wollte man nur die Kosten einzelner Perioden minimieren. "The cost to be minimized must be the sum total of all relevant costs and not any single part; e.g. it is of no use to minimize inventory costs alone if a dollar thus saved in inventory costs gives rise to a two dollar additional expense in the payroll."[2)]

Die Frage, die der folgenden Untersuchung zugrunde liegt, ist also folgende: Wie soll ein Betrieb, der einer saisonal schwankenden Absatzkurve gegenübersteht, seine Produktion auf den Planungszeitraum verteilen, oder anders ausgedrückt: wie viele Erzeugnisse müssen in jeder Teilperiode des zugrunde gelegten Planungszeitraums hergestellt und gelagert werden, damit in jeder Teilperiode die auftretende Nachfrage befriedigt werden kann und die anfallenden Produktions- und Lagerkosten ein Minimum werden?

Es kommt uns bei unserer Untersuchung darauf an, die Probleme der zeitlichen Abstimmung zwischen den Absatz- und Fertigungstätigkeiten vor der die Produktionsplanung in Saisonbetrieben steht, systematisch

---

1) Siehe Gutenberg,E.: Grundlagen, a.a.O., S.169
2) Schild,A.: On Inventory, Production, and Employment Scheduling, in: Management Science,Vol. 5, 1958/59, S.157

zu erörtern. Diese Probleme wollen wir zuerst für Einproduktbetriebe und anschließend für Mehrproduktbetriebe untersuchen, wobei wir weiterhin unterscheiden, ob der Betrieb einer deterministischen oder stochastischen Absatzfunktion gegenübersteht. Wir betrachten verschiedene Möglichkeiten, die ein Betrieb hat, das zeitliche Produktionsplanungsproblem zu lösen. Die Möglichkeiten betreffen dabei einmal die betrieblichen Anpassungsmöglichkeiten, wie etwa die Überstundenproduktion und die Lagerhaltung usw., zum anderen die Rechenhilfen (Programmierungsverfahren), die einem Betrieb bei der Lösung des Planungsproblems zur Verfügung stehen.

Bei unserer Untersuchung gehen wir von einer gegebenen betrieblichen Kostenstruktur (bei den Produktions- und Lagerkosten) aus und bestimmen für sie den Optimalplan. Daran anschließend untersuchen wir, wie sich der Plan ändert, wenn Änderungen in der Kostenstruktur (im Verhältnis zwischen den Produktions- und Lagerkosten) eintreten bzw. bis zu welchen Änderungen in dem Kostenverhältnis der Plan noch optimal bleibt.

Bevor wir jedoch zu einer Aussage hinsichtlich dieses Planungsproblems kommen, muß noch kurz auf die für die Planungsentscheidungen relevanten Daten eingegangen werden, die man für die Erzielung quantitativer Entscheidungen benötigt.

B. Die für die Produktionsplanung relevanten Größen

I. Die anfallenden Kosten und ihre Analyse

Jedes Entscheidungsproblem eines Betriebes kann gewöhnlich formell als ein Problem dargestellt werden, das in der Maximierung (oder Minimierung) eines Kriteriums besteht. Meistens ist der Gewinn das Kriterium, das maximiert werden soll.

Bei dem zugrundeliegenden Produktions- und Lagerhaltungsproblem, bei dessen Lösung wir unterstellen, daß der Betrieb keinen Einfluß auf die Absatzmenge und den Preis und damit auf den Umsatz hat, wird eine Gewinnmaximierung dadurch erreicht, daß man die Kosten minimiert.[1)]

Den hier verwendeten Kostenbegriff wollen wir sehr weit fassen und darunter nicht nur in Geld veranschlagte Sachgüter, Werkstoffe, Arbeitsleistungen zuzüglich bestimmter Steuern und öffentlicher Abgaben verstehen[2)], sondern darunter auch den entgangenen Gewinn (foregone opportunities for profit) und sog. immaterielle Kosten (intangible costs) fassen.[3)]

Es kann sich daher bei den Kosten, die wir der Entscheidungsfindung zugrundelegen, nicht um solche Kosten handeln, wie sie in der Buchhaltung erfaßt werden.[4)] Wohl wird die Buchhaltung bzw. Kostenrech-

---

1) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Simon,H.A.: Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, in: Management Science Bd.2,1955/56,S.7
2) Gutenberg,E., Grundlagen, a.a.O., S.326
3) Siehe u.a. Buffa,E.S.: Models for Production and Operations Management, New York 1963, S.426
Magee,J.F.: Production Planning and Inventory Control, New York 1959, S.27
4) Siehe hierzu Magee,J.F.: Production Planning..., a.a.O., S.24

nung als hauptsächliche Informationsquelle für die Kosten herangezogen, es bedarf jedoch häufig einer Kostentrennung und Umgliederung, um die gewünschten und für das Problem relevanten Kosten zu erhalten. In vielen Fällen wird es jedoch zu Schwierigkeiten führen, die benötigten Kostenwerte in der gewünschten Form exakt zu bestimmen, so daß statistische Kostenermittlungen und Kostenschätzungen erforderlich werden, vor allem bei den Opportunitätskosten (opportunity costs) und den immateriellen Kosten (intangible costs).

Unserer Analyse, bei der mit Hilfe der Kosten die optimalen Planungsentscheidungen bestimmt werden sollen, legen wir jedoch nur solche Kosten zugrunde, die für die Planungsentscheidungen relevant sind und sie beeinflussen. Kosten, die unabhängig von den Planungsentscheidungen, d.h. der verfolgten Betriebspolitik hinsichtlich der zeitlichen Verteilung der Produktion sind, werden nicht in die Analyse einbezogen.

Da die fixen Kosten unabhängig davon anfallen, wie die Produktion einer gegebenen Absatzmenge auf den Planungszeitraum verteilt wird und die Entscheidung nicht tangieren, so können sie bei der Aufstellung der Zielfunktion unbeachtet bleiben.[2] Es genügt, wenn für die Lösung des Problems nur die variablen Kosten in Ansatz gebracht werden.

Die die Planungsentscheidungen beeinflussenden Kosten lassen sich in zwei Gruppen zusammenfassen: Kosten im Produktions- und Kosten im Lagerbereich.

---

1) "Planung" und "Politik" werden in unserer Untersuchung synonym gebraucht, da es ja die Betriebspolitik ist, die sich in den Planungsentscheidungen der kommenden Perioden niederschlägt.

2) Siehe zu dieser Frage in einem anderen Zusammenhang Angermann, A.: Industrielle Planungsrechnung, Bd.1 Entscheidungsmodelle, Frankfurt 1963, S. 188

a) Die Kosten im Produktionsbereich

Von den Produktionskosten spielen für das obige Planungsproblem nur die mit dem Produktionsfaktor Arbeit verbundenen Kosten eine Rolle, weil sie durch die Produktionsverteilung beeinflußt werden.[1] Handelt es sich bei den Produktionskosten nur um die während der regulären Arbeitszeit anfallenden (variablen) Lohnkosten, dann werden sie proportional zur ausgebrachten Menge steigen und somit einen linearen Verlauf zeigen. (Siehe Abb. 1) Die Stückkosten sind in diesem Fall konstant.

Werden Überstundenzuschläge[2] bei der Produktion erforderlich, dann zeigt die Produktionskostenfunktion nur noch einen stückweisen linearen Verlauf.

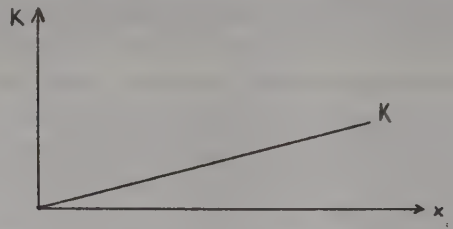


Abb. 1

Überstundenzuschläge fallen immer dann an, wenn in Perioden vermehrter Nachfrage, wie im Saisonhoch, eine Steigerung der Produktion notwendig wird und eine Vergrößerung der Produktionskapazität nur dadurch erreicht werden kann, daß zu Überstundenarbeit übergegangen wird. Überstundenarbeit bedingt Lohnzahlungen, die gewöhnlich 25-50 Prozent über dem regulären Stundensatz liegen. Für die Produktionsmenge, die über die reguläre Produktion hinaus erzeugt wird, zeigt die Produktionskostenfunktion daher einen anderen Verlauf als für die reguläre Produktion. (Siehe Abb. 2)

---

1) Wenn wir im späteren Verlauf der Untersuchung von Produktionskosten sprechen, dann handelt es sich immer um die Arbeits(Lohn-)kosten.

2) Siehe hierzu insbesondere: Mayer, R.R.: Production Management, New York 1962, S. 323.
Magee,J.F.: Production Planning..., a.a.O., S.31

Die Abbildung zeigt die Produktionskosten (Lohnkosten) als Funktion der erzeugten Menge. Die Kurve weist einen stückweisen linearen Verlauf auf, wie er gegeben ist, wenn für die ersten vier geleisteten Überstunden ein bestimmter Zuschlag gezahlt wird und dieser Zuschlag sich für die weiteren Überstunden noch erhöht.[1] Die Stückkosten der Produktion sind während jedes Produktionsabschnittes konstant, steigen jedoch von Produktionsabschnitt zu Produktionsabschnitt,

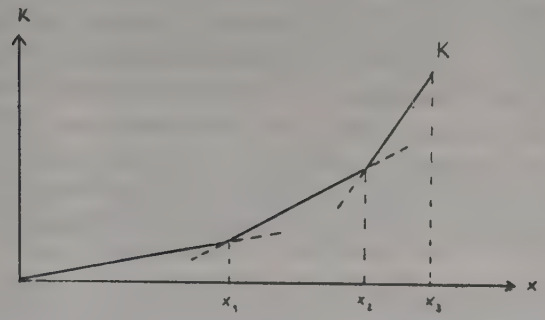


Abb. 2

1) Die obige Produktionskostenkurve kann durch eine quadratische Kostenfunktion approximativ wiedergegeben werden, "so that we obtain a smooth curve without kinks at the capacity points; marginal cost will then be a continuous function of x_1 increasing linearly with production." (Danø, S. - Jensen, E.L.: Production and Inventory Planning in a Fluctuating Market, in: Metrika, Bd.1, 1958, S.30 (Siehe Abb. 3)

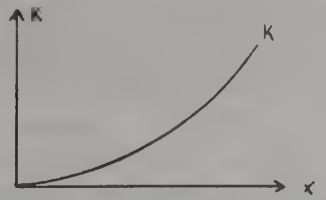


Abb. 3

Zur Frage der quadratischen Approximation der verschiedenen für das Planungsproblem relevanten Kosten und deren Lösung mit Hilfe quadratischer Kostenfunktionen siehe insbesondere:
Holt, C.C. - Modigliani, F. - Simon, H.A.: Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, in: Management Science, Vol. 2, 1955/56, S. 1 ff

Das eben für die Überstundenproduktion Gesagte gilt analog auch für die Mehrschichtenarbeit in einem Produktionsbetrieb. Die drei Produktionsabschnitte stellen dann die drei Schichten dar mit ihren unterschiedlich hohen Produktionskosten.[1)]

Ist es dem Betrieb nicht mehr möglich, sich durch Überstunden allein an die Saisonschwankungen anzupassen, und ist er gezwungen, Neueinstellungen bzw. Entlassungen von Arbeitskräften vorzunehmen, dann fallen Kosten an, die man als Beschäftigungsänderungskosten (Einstellungs- und Entlassungskosten) bezeichnen kann.[2)] Sie sind dadurch bedingt, daß jede Neueinstellung von Arbeitskräften gewisse Verwaltungs- und vor allem Anlernkosten mit sich bringt, bis der neue Mitarbeiter seine Arbeit beherrscht und seine volle Leistung erzielt.

Die Beschäftigungsänderungskosten steigen proportional mit der Vergrößerung der Belegschaftsstärke, oder anders ausgedrückt, um die Produktion von der Höhe x_a auf die Höhe x_b mittels Neueinstellungen von Arbeitskräften zu bringen, fallen Kosten an, die um so größer sind, je größer die Änderungen in der Produktion sind. Entsprechendes gilt für die Reduzierung der Belegschaftsstärke, bei der sog. Entlassungskosten anfallen, die durch die Abschlußzahlungen, die Reorganisation usw. bedingt sind. Die Beschäftigungsänderungskosten "are associated not with the size of the work force, but with changes in its size."[3)]

---

1) Siehe hierzu u.a.:
Vazsonyi,A.: Scientific Programming in Business and Industry, New York, 1958, S. 81 u. 87
Danø,S. - Jensen,E.L., a.a.O., S. 30 ff

2) Vergl. insbesondere Mayer,R., a.a.O., S. 322
Magee,J.F.: Production Planning..., a.a.O., S. 33
Holt,C.C.-Modigliani,F.-Muth,J.F.-Simon,H.A.: Planning Production, Inventories and Work Force, Englewood Cliffs,N.J., 1960, S. 52 u. 68 ff

3) Holt,C.C.-Modigliani,F.-Muth,J,F.-Simon,H.A., a.a.O., S. 52

b) Die Kosten im Lagerbereich

Neben den Kosten im Produktionsbereich interessieren für das Planungsproblem auch die Kosten im Lagerbereich. Diese Kosten hängen von der Höhe des Lagerbestandes ab. Ist der Lagerbestand zu einem Zeitpunkt positiv, d.h. ist die kumulierte Produktionskurve größer als die kumulierte Nachfragekurve, dann bezeichnen wir die anfallenden Kosten als Lagerkosten. Treten hingegen Fehlbestände auf (kumulierte Nachfragekurve < kumulierte Produktionskurve), dann bezeichnen wir die dadurch verursachten Kosten als Fehlmengenkosten.

Von den Lagerkosten interessieren für unser Problem nur diejenigen Kosten, die direkt mit der eingelagerten Menge variieren. Es scheiden daher solche Kosten aus, die sich gegenüber den Änderungen der eingelagerten Produktionsmenge konstant verhalten, wie etwa Raumkosten, Heizungskosten, Reparaturkosten und zeitabhängige Abschreibungen auf Lagereinrichtungen. Als variable Lagerkosten seien genannt: Kosten für die Einlagerung und Verwaltung der einzelnen Stücke, Kosten für Risiko, Lagerverluste, Verderb und Veralten, je nachdem um welche Produkte es sich handelt.

Den wichtigsten Bestandteil der Lagerhaltungskosten stellen jedoch die Kapitalkosten dar. "This is the cost incurred by having capital tied up in inventory rather than having it invested elsewhere, and it is equal to the largest rate of return which the system could obtain from alternative investments. By having funds invested in inventory, one forgoes this rate of return."[1)]

---

1) Hadley,G. - Whitin,T.M.: Analysis of Inventory Systems, Englewood Cliffs, 1963, S.13

Um die Untersuchungen zu vereinfachen, faßt man meistens sämtliche variable Lagerkosten, die eigentlichen Lagerkosten im engeren Sinne und die Kapitalkosten zusammen. Oft wird auch nur der Zinssatz für das im Lager gebundene Kapital, vergrößert um gewisse Zuschläge für Lagerhaltungs- und Risikokosten, für die variablen Kosten angesetzt.

Als Mengengerüst für die Lagerkosten der Periode i wird entweder der durchschnittliche Lagerbestand der Periode, $\frac{1}{2}(y_i + y_{i-1})$, oder der Lagerbestand am Ende der Periode, y_i, angesetzt.

Die Fehlmengenkosten[1] entstehen stets dann, wenn die Nachfrage größer ist als die vorhandene Produktmenge aus der laufenden Produktion und dem angesammelten Lagerbestand. Diese Kosten können wir in Abhängigkeit von der Höhe der im Zeitpunkt der Nachfrage fehlenden Produktmenge sehen und die Fehlmenge gleichsam als negativen Lagerbestand betrachten.

Durch das Unvermögen des Betriebes, die Nachfrage zu einem bestimmten Zeitpunkt befriedigen zu können, werden Kosten verursacht. Sie ergeben sich dadurch, daß der Betrieb die Nachfrage entweder überhaupt nicht mehr befriedigen kann (lost sales case) oder nur mit mehr oder weniger großer Verzögerung (back-orders case).[2] Im ersteren Fall bestehen die Fehl-

---

1) Zum Problem der Fehlmengenkosten siehe u.a.:
Churchman,C.W. - Ackoff,R.L. - Arnoff,E.L.: Operations Research - Eine Einführung in die Unternehmensforschung, Wien-München 1961,S.194
Arrow,K.T. - Karlin,S. - Scarf,H.: Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958,S.21
Mayer,R.R., a.a.O., S.323
Manne,A.S.: Economic Analysis for Business Decisions, New York - Toronto - London 1961,S.121

2) Siehe Hadley,G. - Whitin,T.M., a.a.O., S.18

mengenkosten aus dem entgangenen Gewinn aus den verlorengegangenen Aufträgen, da der Kunde seine Nachfrage bei der Konkurrenz befriedigt. Im letzteren Fall kann der Betrieb die Nachfrage zwar noch befriedigen, aber nur mit Verzögerung, da das Produkt im Augenblick nicht auf Lager ist. Die Fehlmengenkosten bestehen in diesem Fall aus den Kosten der Ersatzbeschaffung oder den Kosten der Betriebsunterbrechung zur Erzeugung der fehlenden Produkte.

Die vielleicht wichtigste Komponente der Fehlmengenkosten ist jedoch der Verlust an "goodwill"[1], der durch das Unvermögen des Betriebes hervorgerufen wird, die Nachfrage überhaupt nicht oder nur mit Verzögerung befriedigen zu können.

II. Absatzfunktion und Nachfragevorhersage

Für die Produktions- und Lagerhaltungsplanung des Saisonbetriebes wird der Planungszeitraum T zugrunde gelegt. Innerhalb dieses Zeitraumes besteht die Absatzfunktion [2] f(t), wobei für t gilt

$$o \leq t \leq T$$

---

1) Vgl. Hadley,G. - Whitin,T.M., a.a.O., S. 20
2) Siehe Schneider,E.: Absatz, Produktion und Lagerhaltung bei einfacher Produktion, in: Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung, Bd. 4, 1938, S.99

Die dazugehörige kumulative Absatzfunktion[1] lautet je nach ihrer Kontinuität[2]

$$F(t) = \int_0^t f(t) \cdot dt$$

oder

$$F(t) = \sum_1^t f(t)$$

Die Absatzfunktion kann dabei entweder genau bekannt sein oder ungewiß sein. Ist die Absatzfunktion genau bekannt, dann steht für den Betrieb fest, welche Mengen seines Erzeugnisses zu welchen Zeitpunkten des Planungszeitraumes nachgefragt werden. In diesem Falle gestaltet sich die Planung relativ einfach, da der Betrieb nur darauf zu achten hat, daß die Produktion so vollzogen wird, daß die kumulative Produktion zu jedem Zeitpunkt größer als die kumulative Nachfrage ist.

Wesentlich schwieriger gestaltet sich die Produktions- und Lagerplanung jedoch, wenn der Betrieb einer ungewissen Nachfrage gegenübersteht. Dann muß für die Nachfrage der einzelnen Perioden erst eine Vorhersage getroffen und durch stochastische Variablen mit gegebener Wahrscheinlichkeitsverteilung festgelegt werden. Die Nachfrage ist in diesem Fall eine Zufallsveränder-

---

1) Die Ausdrücke Absatzfunktion, Nachfragefunktion und Nachfragekurve werden hier synonym gebraucht.
2) Wir beschränken uns bei der Betrachtung auf die diskontinuierliche bzw. diskrete Absatzfunktion, bei der die Nachfragemenge eines Erzeugnisses summarisch für eine Teilperiode angegeben wird. Eine kleinere Zeiteinteilung wird nicht vorgenommen. Man verhält sich so, als ob die Teilperiode aus einem Punkt besteht und der Absatz nur an diesem Punkt erfolgt.

liche: "Es ist zunächst unbekannt, wie groß sie sein wird. In vielen Fällen läßt sich aber eine Wahrscheinlichkeitsverteilung angeben, die jeder möglichen Nachfrage eine Wahrscheinlichkeit zuordnet."[1)]

Bei der Nachfragevorhersage geht es darum, die Höhe der Nachfrage für ein oder mehrere Produkte über einen gewissen Zeitraum in die Zukunft hinein zu schätzen. "Therefore a forecast is basically a guess, but by the use of certain techniques it can be more then just a guess. It can be said that a forecast is an educated guess."[2)]

Die Techniken (Verfahren), deren man sich bei der Nachfragevorhersage bedienen kann, werden durch die Art der Produkte und die Nachfragegegebenheiten bestimmt, die gleichzeitig den Zeitraum bestimmen, der von der Nachfragevorhersage erfaßt wird. Die Verfahren der Nachfragevorhersage reichen dabei von so einfachen Verfahren wie den subjektiven Schätzungen der mit dem Verkauf betrauten Mitarbeiter bis zu solchen Verfahren, bei denen komplexe, mathematische Techniken Anwendung finden, mit deren Hilfe die Nachfrage der Vergangenheit ausgewertet oder ihre Beziehung zu gewissen wirtschaftlichen Kennziffern (Indices) untersucht wird, um auf diese Art und Weise die Nachfrage für die Zukunft zu ermitteln.[3)]

---

1) Gebhardt-Seele,P.: Rechenmodelle für wirtschaftliches Lagern und Einkaufen, München-Wien 1962, S.30
2) Biegel,J.F.: Production Control - A quantitative Approach, Englewood Cliffs, 1963, S.16
3) Vgl. Magee,J.F.: Production Planning, a.a.O., S.118

Die gebräuchlichsten Verfahren der Nachfragevorhersage sind:

a) Subjektive Schätzungen,
b) Korrelationsmethode,
c) Zeitreihenanalyse,

wobei das letztere der drei Verfahren, das auf einer statistischen Analyse der Vergangenheit basiert, als das exakteste aller Vorhersageverfahren angesehen werden kann. Dabei muß allerdings vorausgesetzt werden, daß eine Beziehung zwischen der Vergangenheit und der Zukunft besteht. "Infact, the past offers the best basis for decisions on future actions." [1]

Was die Nachfragevorhersage in Saisonbetrieben betrifft, so können die meisten der üblichen Verfahren Anwendung finden. Von den zahlreichen Verfahren zur Saisonbestimmung[2] sei das Verfahren der gleitenden Mittelwerte als eines der gebräuchlichsten erwähnt. Man geht dabei so vor, daß man Mittelwerte aus den Nachfragewerten mehrerer Jahre bildet und dann annimmt, wenn kein Trend vorhanden ist, daß diese Werte die saisonale Nachfrage im kommenden Planungszeitraum wiedergeben. Man kann diese Werte um gewisse Prozentsätze korrigieren, um bevorstehende Einflußgrößen zu berücksichtigen. Beachten muß man jedoch, daß sich die Art der Saisonschwankungen im Laufe der Zeit ändern kann, und zwar sowohl hinsichtlich des Zeitpunktes des Beginns der Schwankung als auch hinsichtlich der Größe der Schwankung. Man muß sich daher stets bewußt sein, daß man nur mit gewissen Vor-

---

1) Biegel,J.E.: Production Controll - A quantitative Approach, Englewood Cliffs,N.J. 1963, S.20
2) Brown,R.G.: Statistical Forecasting for Inventory Control, New York 1958, S.128ff
Eilon,S.: Elements of Production Planning and Control, New York 1962, S.122ff
Biegel,J.E.: Production Control - A Quantitative Approach, Englewood Cliffs,N.J. 1963, S.29ff

behalten die für eine bestimmte Anzahl von Planungszeiträumen ermittelten Saisonschwankungen auf kommende Planungszeiträume übertragen darf.[1] Man kann diese Übertragung nur dann ohne Bedenken anwenden, wenn man weiß, daß der Saisonzyklus konstant geblieben ist.

Was den Saisonzyklus betrifft, so braucht er nicht zu dem gleichen Kalenderzeitpunkt zu beginnen. Das wird stets dann der Fall sein, wenn die Saison von bestimmten Ereignissen abhängig ist, wie etwa den kirchlichen Feiertagen oder dem verfrühten oder verspäteten Eintritt der Jahreszeiten.

Macht man sich die Tatsache zunutze, daß für viele Saisonprodukte der prozentuale Anteil an der gesamten Nachfrage in den einzelnen Perioden von Saisonbeginn gleich bleibt, dann kann man die Nachfragevoraussage für die Gesamtnachfrage der Saison noch nach wenigen Wochen korrigieren, falls die diesjährige Saison von denen der Vorjahre abzuweichen beginnt.[2] Entsprechend können dann noch Korrekturen in der Produktions- und Lagerhaltungsplanung vorgenommen werden.[3]

Gerade die Produktionsplanung in Saisonbetrieben erfordert eine detailiertere Nachfragevorhersage als nur die Voraussage der Gesamtnachfrage oder der Durchschnittsrate der zukünftigen Nachfrage, um die Vorteile der Bildung von Antizipationslagern (Saisonlagern) realisieren zu können. "If seasonal or other cycles can be predicted, production can be planned to take advantage of the predicted pattern of demand.

---

1) Siehe Wagenführ, : Statistik leicht gemacht, Köln 1963, 4. Aufl, S.196
2) Siehe hierzu Hadley, G. - Whitin,T.M.: Analysis of Inventory Systems, Englewood Cliffs, 1963 S.419
3) Siehe hierzu S. 145f dieser Arbeit

Thus an important question in determining the approach to planning problems is the degree to which demand cycles such as seasonal variations in demand can be predicted."[1)]

Was die Voraussagen betrifft, so unterliegen sie gewissen Fehlern. Es ist jedoch nicht erforderlich, genaue Informationen über die zukünftige Nachfrage zu haben, um sich mathematischer Hilfsmittel bei der Planung bedienen zu können. Jedoch ist es oft erforderlich "to gauge how far off the forecasts are likely to be."[2)] Es ist eine Schätzung des Fehlers in der Voraussage notwendig, d.h. es bedarf einer Schätzung der Abweichung, um die die tatsächliche Nachfrage von der vorausgesagten abweichen kann. "In more technical language, we need an estimate of the probability distribution of forecast error for each product. For analytical purposes it is convenient to combine the forecast and the forecast errors into the probability distribution of future sales".[3)]

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage gibt an, in welchem Bereich die Nachfrage als Zufallsvariable variiert. Innerhalb dieses Bereiches sind der Zufallsvariablen Wahrscheinlichkeitsdaten zugeordnet, die über das zu erwartende Eintreffen der Nachfragehöhe Auskunft geben.

Der Betrieb hat die Möglichkeit,bei der Modellanalyse seines Planungsproblems sowohl empirische, d.h. selbst

---

1) Magee,J.F.: Production Planning...,a.a.O., S.136
2) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., Planning..., a.a.O., S.272
3) Ebenda, S.272

ermittelte, als auch theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilungen[1] zu verwenden.[2] Die Aufstellung empirischer Wahrscheinlichkeitsverteilungen setzt ein relativ umfangreiches Zahlenmaterial voraus, um Histogramme aufstellen zu können und so die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln. "Perhaps the most serious deficiency in attempting to use an empirical distribution is the fact that often only the tail of the distribution is important, and not enough data are available to represent it accurately."[3]

Macht der Betrieb von einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung Gebrauch - wobei vorher bestimmt werden muß, "which of these distributions provides the most practical approximation to the unknown true distribution"[4] dann brauchen nur die Parameter dieser Verteilung ermittelt zu werden. Jede Verteilung ist vollständig charakterisiert durch zwei Parameter:[5] den Mittelwert und die Standardabweichung. Während die Ermittlung des Mittelwertes mit Hilfe der obigen Verfahren der Nachfragevorhersage erfolgt, wollen wir noch einige Bemerkungen über die Standardabweichung machen.

Die Standardabweichung braucht nur berechnet zu werden, wenn die erste Vorhersage getroffen wird und erst wieder dann, wenn eine entscheidende Änderung in der Nachfrage eingetreten ist. Die einfachste Methode, die Standard-Abweichung der kommenden Nachfrage vorauszusagen, besteht darin, die Standard-Abweichung aus der Vergangenheit zu berechnen und diese Abweichung als Voraussage zu verwenden.

---

1) Wie etwa die Normal-, Gamma- und Poisonverteilung.
2) Siehe Hadley,G. - Whitin,T.M., a.a.O.,S.409
3) Ebenda, S.412
4) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., Planning..., a.a.O., S.273
5) Ebenda, S.272f

A. Produktionsplanung in Einproduktbetrieben

I. ..... mit deterministischer Absatzfunktion

Nachdem wir die für die Produktions- und Lagerhaltungsplanung relevanten Größen erörtert haben, wollen wir uns nun der Lösung des Planungsproblems selbst zuwenden, das in der zeitlichen Abstimmung zwischen dem Produktions- und Absatzvolumen, d.h. in der zeitlichen Verteilung der Produktion auf den Planungszeitraum bei Vorhandensein von saisonalen Absatzschwankungen besteht. Dabei sollen die Abstimmungsmöglichkeiten ausschließlich unter dem Gesichtspunkt der Minimierung der von der Art der Verteilung des Produktionsvolumens abhängigen Kosten untersucht werden.

Nach kurzer Darstellung der grundsätzlichen Verteilungsmöglichkeiten[1)] der Produktion, die ein Betrieb hat, um Saisonschwankungen im Absatzbereich zu begegnen, erfolgt die Untersuchung, welche Verteilungsweise für den Betrieb unter den verschiedenen Voraussetzungen die optimale Anpassung an die Saisonschwankungen darstellt.

a) Die grundsätzlichen Verhaltensweisen hinsichtlich der Produktion bei saisonalen Absatzschwankungen

Betriebe, die wirtschaftlichen Wechsellagen ausgesetzt sind, müssen bemüht sein, sich den Wechsellagen in irgendeiner Form anzupassen. Dabei spielen die Aussichten der zukünftigen Marktentwicklung und die produktionstechnischen Bedingungen des Betriebes für die

---

1) Statt des Ausdrucks "Verteilungsweise" bzw. "Verteilungsprinzip" werden auch die Begriffe "Anpassungsweise" und "Verhaltensweise" gebraucht.

betrieblichen Anpassungsmaßnahmen eine entscheidende Rolle. Welche Maßnahmen getroffen werden und auf welche Anpassungsweise die Wahl fällt, ist entscheidend für die Kostenentwicklung und beeinflußt sie unterschiedlich. "Die traditionelle Problemstellung der Abhängigkeit der Kosten von den Produktmengen muß hier der Formulierung d i s p o s i t i v e M a ß n a h m e n des wirtschaftenden Menschen u n d K o s t e n weichen."[1)]

Nun spielen für unsere Untersuchungen nicht die Anpassungen allgemein an wirtschaftliche Wechsellagen eine Rolle, sondern die Anpassung an jährlich in gleichem Rhythmus wiederkehrende Saisonschwankungen. Der unregelmäßigen zeitlichen Verteilung des Absatzes während der Planungsperiode gilt es, fertigungstechnisch Rechnung zu tragen und die Produktion während des gesamten Planungszeitraums optimal zu verteilen. Dabei hat der Betrieb grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten, den Saisonschwankungen bei der Produktionsplanung zu begegnen. Er kann entweder den saisonalen Absatzschwankungen mit entsprechenden Schwankungen in der Produktion folgen (Synchronisation von Produktion und Absatz) oder unabhängig von den Saisonschwankungen in konstanter Höhe während des gesamten Planungszeitraumes produzieren und die Nachfrageschwankungen mit Hilfe eines Lagers auffangen (Emanzipation der Produktion vom Absatz). Zwischen diesen beiden extremen Verteilungsweisen der Produktion gibt es eine Reihe von möglichen Produktionsverteilungen, die sich aus einer Kombination der beiden extremen Verteilungsweisen ergeben.

---

1) Heinen,E.: Anpassungsprozesse im Kokereibetrieb unter besonderer Berücksichtigung der quantitativen und intensitätsmäßigen Anpassung, in: Zeitschrift f. handelsw. Forschung, 1955, S.107

1) Synchronisation von Produktion und Absatz

Die erste der beiden extremen Verteilungsweisen[1], die Synchronisation von Produktion und Absatz, ist dadurch gekennzeichnet, daß eine gegebene Jahresfertigungsmenge so auf die einzelnen Perioden des Planungszeitraumes aufgeteilt wird, daß die in jeder Periode produzierte Menge genau der in dieser Periode abzusetzenden Menge entspricht. Den saisonalen Schwankungen in der Absatzkurve folgt die Produktionskurve mit den gleichen Schwankungen, ohne daß zwischen Produktion und Absatz ein Lager geschaltet ist. Diese Form der lagerlosen Abstimmung zwischen Absatz- und Fertigungsmengenverteilung wird auch als "Gleichlaufprinzip" bezeichnet.[2]

Der Betrieb hat verschiedene Möglichkeiten, diese Verhaltensweise fertigungstechnisch zu verwirklichen.[3] Die erste Möglichkeit besteht darin, daß er Arbeitskräfte entsprechend dem Bedarf einstellt bzw. entläßt. Steigt der Absatz, d.h. befindet sich der Betrieb auf dem ansteigenden Ast der saisonalen Absatzkurve, dann werden neue Arbeitskräfte eingestellt. Wird der Saisongipfel überschritten, dann nimmt der Betrieb dem Absatzrückgang entsprechende Entlassungen vor. Diese Handhabung hat jedoch zur Folge, daß bei der Neueinstellung Anlernkosten anfallen und außerdem durch die fortwährende Expansion und Kontraktion der Belegschaftsstärke eine wiederholte Reorganisation vorgenommen werden muß.

---

1) Mellerowicz bezeichnet diese Verhaltensweise als "Anpassung an die Absatzkurve", siehe Mellerowicz, K.: Planung und Plankostenrechnung, Bd.1 Betriebliche Planung, Freiburg 1961, S.312.

2) Schwarz,H.: Grundfragen der Abstimmung von Materialbeschaffung, Fertigung und Vertrieb, Freiburg 1959, S.50

3) Wir gehen bei unserer Betrachtung von einer vorgegebenen technischen Kapazität aus.

Die technische Kapazität des Betriebes[1] muß bei dieser Verhaltensweise so bemessen sein, daß sie für die Produktion während der Saisonspitze ausreicht. Da die durchschnittliche Monatsproduktion oft erheblich unter der Produktion während der Saisonspitze liegt, so bedeutet das, daß die Kapazität zum Teil zwei- bis dreimal so groß sein muß, wie sie es bei gleichmäßiger monatlicher Produktion zu sein brauchte.[2]

Zeigt die Absatzkurve keine übermäßig starken saisonalen Schwankungen, dann kann der Betrieb, wenn er die Synchronisation der Produktions- und Absatzkurve anstrebt, das auch dadurch erreichen, daß er, statt Neueinstellungen von Arbeitskräften vorzunehmen, die Belegschaftsstärke konstant läßt und Überstunden- bzw. Kurzarbeit durchführt.[3] "This alternative realizes the ideal work force situation by absorbing fluctuations in orders with corresponding fluctuations in overtime work without changing the size of the work force."[4] Da jedoch die Möglichkeit der Überstundenarbeit begrenzt ist, so wird die Größe der Belegschaft durch die Notwendigkeit bestimmt, den Absatz während der Saisonspitze befriedigen zu können. Das bedeutet auf der anderen Seite aber, daß in Zeiten des Saison-

---

1) Unter technischer Kapazität wollen wir die Kapazität verstehen, die durch die vorhandenen Betriebsmittel ohne Arbeitskräfte gegeben ist. Zum Begriff der Kapazität siehe u.a. Mellerowicz,K.: Kosten und Kostenrechnung, Bd.1, 4.Aufl., Berlin 1963, S.207ff.
Lücke,W.: Probleme der quantitativen Kapazität in der industriellen Erzeugung, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft 1965, S.354ff

2) Diese Form der produktionstechnischen Anpassung an Nachfrageschwankungen wird auch als quantitative Anpassung bezeichnet, da der Betrieb Teile seiner Anlagen für einige Zeit stillegt und sie nachher wieder in Betrieb nimmt.

3) Man bezeichnet diese Form der Anpassung an Nachfrageschwankungen auch als zeitliche Anpassung.

4) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., a.a.O., S.49

tiefs Feierschichten (idle time) in Kauf genommen werden müssen, da die anfallende Arbeit während des Saisontiefs nicht ausreicht, die Arbeitskräfte voll zu beschäftigen. Müssen die Arbeitskräfte während der Feierschichten vom Betrieb bezahlt werden, dann fallen Kosten an, die das Gegenstück zu den Überstundenkosten darstellen.

Als dritte Möglichkeit, eine Synchronisation von Produktions- und Absatzkurve zu erreichen, besteht für den Betrieb die intensitätsmäßige Anpassung. Sie wird stets dann Anwendung finden, wenn die technische Eigenart der Produktion es erforderlich macht, die Anlagen bei Absatzrückgang zeitlich unverändert in Betrieb zu halten. Die Situation ist dadurch gekennzeichnet, daß die gesamten fertigungstechnischen Anlagen bei unveränderter Betriebsdauer geringer beschäftigt werden.

Zur Charakterisierung der synchronisierten Produktionsmengenverteilung sei ein einfaches Zahlenbeispiel angeführt, das eine saisonbedingte, zeitlich ungleichmäßige Verteilung der Nachfrage aufweist. (Tabelle 1)

Periode	Nachfragemengenverteilung in Stück	Produktionsmengenvert. in Stück	Lagerbestand an Fert.prod.
1	110	110	0
2	70	70	0
3	80	80	0
4	140	140	0
5	210	210	0
6	230	230	0

Tabelle 1

Abbildung 4 veranschaulicht die enge Anlehnung der Fertigungsmengenverteilung an die Nachfrageschwankungen, so daß eine Bildung von Vorratslagern an Fertigprodukten überflüssig ist.

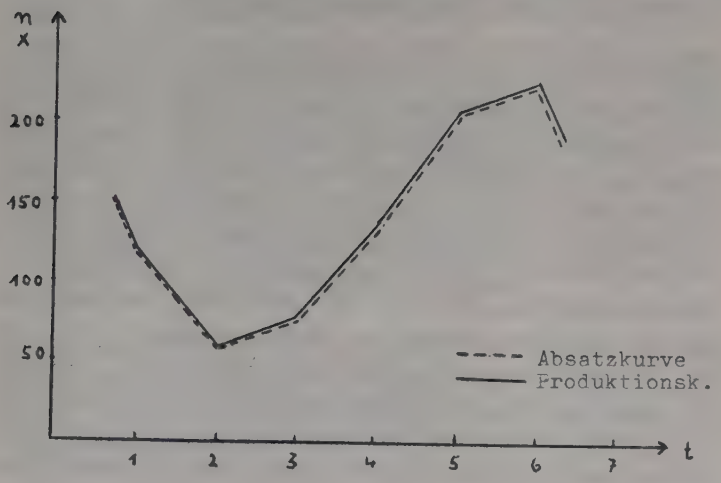


Abb. 4

2) Emanzipation der Produktion vom Absatz

Die zweite der beiden extremen Anpassungsweisen des Betriebes an Saisonschwankungen ist die emanzipierte Verteilungsweise der Produktion.[1] Unter emanzipierter Verteilungsweise der Produktion versteht man die zeitliche Verteilung des Produktionsvolumens derart auf die Planungsperiode, daß sie "vollkommen losge-

1) Mellerowicz bezeichnet diese Verhaltensweise als "Anpassung an die Kapazität", siehe Mellerowicz,K.: Planung und Plankostenrechnung, a.a.O., S.312

löst (emanzipiert) von der erwarteten saisonbedingt ungleichmäßigen zeitlichen Verteilung eines größengleichen Absatzvolumens vorgenommen wird, so daß sich eine zeitlich gleichmäßige Verteilung des Fertigungsvolumens auf die Planungsperiode ergibt."[1])

Diese Form der zeitlichen Verteilung des Produktionsvolumens auf die Planungsperiode ist ohne Bildung von Fertigungslagern zwischen Produktion und Absatz nicht möglich. Die Fertigproduktelager sind eine notwendige Voraussetzung für die zeitlich gleichmäßige Verteilung der Produktion und einer konstanten Beschäftigtenzahl während des Planungszeitraums bei saisonalen Absatzschwankungen. Das ist aber immer nur dann möglich, wenn es sich um lagerfähige Produkte handelt. Bei Waren, die nur eine kurze Zeit lagerfähig sind, scheidet die Lagerhaltung als Mittel der zeitlichen Verteilung der Produktion aus und der Betrieb ist gezwungen, seine Produktionskurve mit seiner Absatzkurve zu synchronisieren.

Die Emanzipation der Produktion vom Absatz erfordert jedoch vom Betrieb nicht nur das Bereitstellen der notwendigen Lagerräume und das Vorhandensein von ausreichendem Kapital, das für eine gewisse Zeit in den Lagervorräten gebunden ist, sondern auch eine gewisse Risikofreudigkeit, die über das normale Maß hinausgeht, da die Gefahr des Veraltens besteht, vor allem bei modischen Artikeln.

Der Vorteil dieser Verhaltensweise liegt darin, daß durch die Lagerhaltung trotz saisonal schwankender Absatzmengen konstante monatliche Produktionsmengen erzielt werden, wodurch sich die erforderliche Kapa-

---

1) Brunner, M., a.a.O., S.16

zität relativ niedrig halten läßt und eine volle Auslastung erreicht wird.

Auch in Betrieben, in denen keine oder nur eine geringe Lagerhaltung möglich ist, läßt sich diese Verhaltensweise verwirklichen. Der Betrieb bedient sich in diesem Falle einer betriebsexternen Möglichkeit, um eine Emanzipation der Produktion vom Absatz zu erreichen, indem er von der Lohnproduktion oder der Möglichkeit des Zukaufs während des Saisonhochs Gebrauch macht. Auf diese Art und Weise verlagert er gleichsam Teile seiner Produktion nach außen und kann so seine eigene Produktion während des gesamten Planungszeitraumes in konstanter Höhe durchführen.

Um die Emanzipation der Produktion vom Absatz zu charakterisieren, wollen wir das bereits bei der Synchronisation verwendete Zahlenbeispiel auch hier wieder heranziehen. (Tabelle 2)

Periode	Nachfragemengenverteilung in Stück	Produktionsmengenvert. in Stück	Lagerbestand an Fert.prod.
1	110	140	30
2	70	140	100
3	80	140	160
4	140	140	160
5	210	140	90
6	230	140	-

Tabelle 2

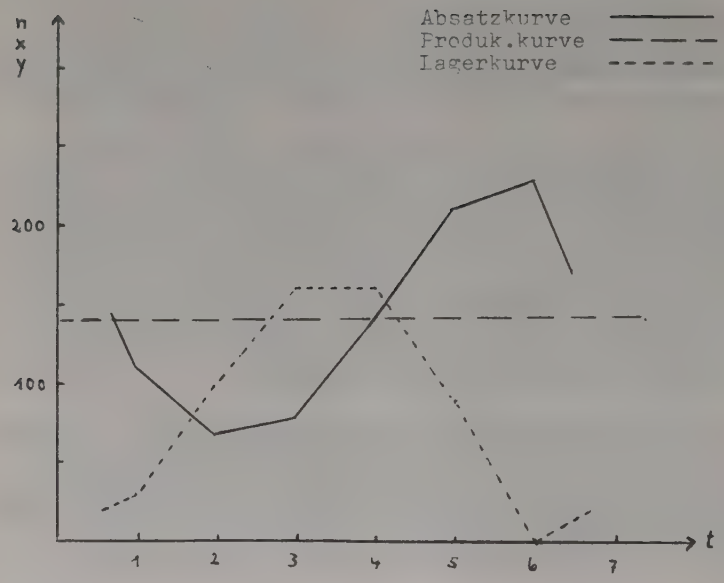


Abb. 5

Abbildung 5 zeigt die Zahlen der Tabelle 2 in einer graphischen Darstellung mit den sich ergebenden Kurven der Absatz- (n) und Produktionsmengenverteilung (x) und des Lagerbestandes (y). Aus der Abbildung ist unschwer zu erkennen, daß eine von saisonalen Absatzschwankungen emanzipierte Produktion im Laufe des Planungszeitraums zu beachtlichen Bewegungen in der Fertigfabrikatelagerung infolge der zeitweiligen Über- bzw. Unterproduktion führt.

3) Kombination der beiden extremen Verhaltensweisen

Um die nachteiligen Wirkungen der beiden extremen Verteilungsalternativen zu vermeiden, deren jeweilige günstigen Bedingungen jedoch zu nutzen, wählen die meisten Betriebe einen Mittelweg zwischen den beiden extremen Verteilungsweisen. Sie verzichten auf eine vollkommene Synchronisation der Produktion mit der Absatzkurve, wie auch auf eine völlig emanzipierte Produktionsverteilung. Wie diese Verteilung aussieht, hängt weitgehend von den betrieblichen Gegebenheiten und den Kostenverhältnissen im Betrieb ab. Im einzelnen kommen wir darauf in den nächsten Kapiteln zu sprechen.

Eine der möglichen Zwischenformen zwischen den beiden extremen Verteilungsweisen sieht beispielsweise so aus, daß sich der Betrieb in wenigen großen Produktionsstufen[1] an die saisonalen Absatzschwankungen anpaßt, wobei die Produktion von Produktionsstufe zu Produktionsstufe eine unterschiedliche Höhe aufweist, innerhalb der einzelnen Stufen jedoch konstant bleibt. Dabei bestimmt die Nachfrage in den einzelnen Perioden die Höhe der Produktion in den einzelnen Produktionsstufen. Im Saisonhoch liegt das Fertigungsniveau somit höher als im Saisontief. "Das entscheidende Merkmal dieser Verteilungsweise besteht darin, daß das maximale abschnittsweise Fertigungsniveau stets unterhalb der maximalen Absatzmenge des Saisonhochs liegt, während andererseits das minimale Ausbringungsniveau unterhalb der fiktiven Jahresdurchschnittsauslegung liegt."[2] Über den gesamten Planungszeitraum verteilt,

---

1) Siehe hierzu insbesondere Beste,Th.: Die Produktionsplanung, in: Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung, Bd.32, 1938, S.352ff.
2) Brunner,M.: a.a.O., S.56/57

bilden die zeitabschnittsweisen Verteilungsniveaus Stufen, die sich den saisonalen Absatzschwankungen tendenziell anpassen. So betrachtet, weist diese Verteilung gewisse Ähnlichkeiten mit der synchronisierten Verteilungsweise auf; die innerhalb der einzelnen Zeitabschnitte gleichmäßige Verteilung des Produktionsvolumens zeigt die Verwandtschaft mit der emanzipierten Verteilung der Produktion. Je mehr Stufen vorhanden sind, desto mehr kann sich die Produktionskurve den zeitlichen Schwankungen der Absatzkurve anpassen, je weniger Stufen gebildet werden, desto mehr emanzipiert sich die Produktionskurve von der Absatzkurve. Die Stufen müssen jedoch so angelegt werden, daß stets genügend Lagervorräte vorhanden sind und eine jederzeitige Befriedigung der Nachfrage gewährleistet ist.

Um die produktionsstufenweise Verteilung näher zu charakterisieren, wollen wir das obige Zahlenbeispiel auch hier zugrundelegen. (Tabelle 3)

Periode	Nachfragemengenverteilung in Stück	Produktionsmengenvert. in Stück	Lagerbestand an Fert.prod.
1	110	110	0
2	70	80	10
3	80	80	10
4	140	190	60
5	210	190	40
6	230	190	0

Tabelle 3

Unter Verwendung dieser Zahlenwerte gibt die Abbildung 6 die zeitliche Verteilung des Absatz-, Produktions- und Lagervolumens auf den Planungszeitraum wieder.

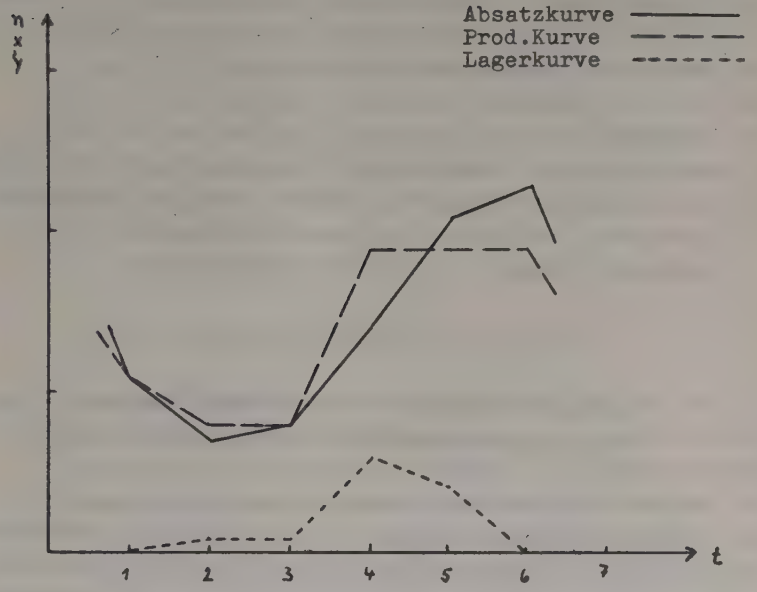


Abb. 6

Vergleicht man die drei Verteilungsweisen miteinander, so zeigt es sich, daß die Anwendung der Zeitstufenverteilung, verglichen mit der emanzipierten Verteilung, eine um 50 Einheiten größere maximale Produktionsmenge (140 zu 190 Einheiten) mit sich bringt. Verglichen mit der synchronisierten Verteilung, liegt die maximale Produktionsmenge jedoch um 40 Einheiten unter der maximalen Produktion der synchronisierten Verteilung. Was den maximalen Lagerbestand betrifft, so ist er im

Vergleich zur emanzipierten Verteilung um 100 Einheiten niedriger als der maximale Lagerbestand der Zeitstufenverteilung, im Vergleich zur synchronisierten Verteilung dagegen um 60 Einheiten höher. Das Beispiel veranschaulicht deutlich, daß die Zeitstufenverteilung der Produktion eine Kombination der beiden extremen verteilungsweisen darstellt, "deren spezifische Merkmale in gemäßigter Form wiederzufinden sind."[1)]

Neben der hier aufgezeigten Zwischenform der beiden extremen Produktionsverteilungen gibt es noch verschiedene andere, die von den betrieblichen Anpassungsmöglichkeiten und den in den einzelnen Betrieben zugrundeliegenden Kostenverhältnissen abhängig sind.

b) Die betrieblichen Anpassungsmöglichkeiten und ihre Verwendung bei der Produktionsplanung

Welche Verhaltensweise der Betrieb wählt, um Saisonschwankungen zu begegnen, d.h. wie er seine Produktion über den Planungszeitraum verteilt, hängt weitgehend von den betrieblichen Gegebenheiten ab, vor allem aber von den mit der Realisierung der einzelnen Verhaltensweisen verbundenen Kosten. Zur Verwirklichung der einen oder anderen Verhaltensweise stehen dem Betrieb sowohl betriebsinterne als auch betriebsexterne Möglichkeiten zur Verfügung.

---

1) Brunner, M., a.a.O., S.58

1) Anpassung des Betriebes an Saisonschwankungen mit Hilfe betriebsinterner Mittel

Für die Verwirklichung einer optimalen Produktionsplanung hat ein Betrieb an betriebsinternen Anpassungsmöglichkeiten die Lagerhaltung an Fertigprodukten, die Überstunden- bzw. Kurzarbeit und die Neueinstellung bzw. Entlassung von Arbeitskräften zur Verfügung.[1] Unter Verwendung dieser Möglichkeiten gilt es, die Produktion so zu planen, daß in jeder Periode des Planungszeitraums so viele Erzeugniseinheiten produziert und gelagert werden, daß die Nachfrage zu jedem Zeitpunkt befriedigt werden kann.

aa) Anpassung mittels Vorratslager

Die Verwendung von Vorratslagern erlaubt es dem Betrieb, seine Produktion unabhängig von den Saisonschwankungen im Absatz zu planen, d.h. Absatz- und Produktionsgeschwindigkeit voneinander zu lösen. Im extremen Fall kann es soweit gehen, daß die Produktion über den ganzen Planungszeitraum konstant gehalten wird und die Nachfrage des Saisonhochs, die über die normale Nachfrage hinausgeht, aus den angesammelten Vorratslagern an Fertigprodukten befriedigt wird.

Die Funktion eines Saisonlagers ist eine andere als die eines gewöhnlichen Lagers.[2] Hier legt der Betrieb sein Lager nicht an, um einen Schutz gegen Unsicherheiten in der Nachfrage zu haben oder um die Zahl der

---

1) Siehe u.a. Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., a.a.O., S.48f

2) Zu den Lagerfunktionen siehe u.a.:
Buffa,E.S.: Models for Production and Operations Management, New York 1963, S.419ff
Mayer,R.R., a.a.O.,S.316ff

Serienauflagen niedrig zu halten, sondern als ein Mittel zur Stabilisierung der Beschäftigung und zur Aufrechterhaltung der Produktionsrate.[1] "Changing the rate of production may be so costly that it pays to produce more today than is needed today and the opposite tomorrow, holding inventories to bridge the gap."[2] Der Betrieb versucht, auf diese Weise die saisonale Nachfrage aufzufangen, um nicht seine Produktionsrate während der Planungsperiode ändern zu müssen. Das ist aber nur möglich, wenn es sich um lagerfähige Produkte handelt, die es dem Betrieb erlauben, ein Antizipationslager vor Beginn der Saison anzulegen. Im Falle leichtverderblicher Produkte, die zum Lagern ungeeignet sind, ist es dem Betrieb aufgrund technischer Gegebenheiten seiner Produkte nicht möglich, diese Verhaltensweise einzuschlagen, wenn auch ökonomische Gründe dafür sprächen.

Welches sind nun die ökonomischen Gründe, die für oder gegen eine Anpassung mit Hilfe des Lagers sprechen?

11) Der Einfluß konstanter Produktionskosten je Einheit

Ein Betrieb wird stets dann keinen Gebrauch von der Lagerhaltung machen und statt dessen mit der Produktion den Absatzschwankungen folgen, wenn wir von dem einfachen theoretischen Fall ausgehen, daß wir konstante Stückkosten der Produktion[3] unterstellen können, unabhängig davon, welche Mengen der Betrieb in den einzelnen Perioden produziert. Wenn die Produk-

---

1) Siehe Vazsonyi,A., a.a.O.,S.362
2) Arrow,K.T. - Karlin,S. - Scarf,H.,a.a.O., S.19
3) Unter Produktionskosten verstehen wir hier nur die variablen Lohnkosten.

tionskosten je Einheit unabhängig von der Produktionsrate, d.h. der ausgebrachten Menge sind, ergibt sich kein Vorteil dadurch, daß der Betrieb eine "Produktionsglättung"[1] vornimmt und die Produktion vom Absatz emanzipiert.

22) Der Einfluß der sich mit der Produktionsrate ändernden Kosten je Einheit

Ändern sich die Produktionskosten je Einheit mit der Produktionsrate, - wenn beispielsweise Überstundenzuschläge gezahlt werden müssen für die Arbeitszeit, die über die reguläre Arbeitszeit hinausgeht - dann kann es für den Betrieb vorteilhafter sein, ein Lager zu unterhalten, als die Produktion den saisonalen Absatzschwankungen folgen zu lassen. Das Lager ermöglicht eine Verlegung der Produktion von einer Periode in eine andere, deren Stückkosten niedriger liegen, da in ihr die normale Produktionsrate verwirklicht werden kann. Mit Hilfe des Lagers kann die Produktionsrate das ganze Jahr über konstant gehalten werden, indem in den Monaten des Saisontiefs ein Teil der Produktion für die Zeit des Saisonhochs vorweggenommen wird.

Neben diesen ökonomischen Gründen, die für eine Produktion auf Lager und somit für eine Lagerbildung sprechen, gibt es noch technische Gründe, die eine Bildung eines Antizipationslagers notwendig machen, wenn nämlich die Nachfrage in einigen Perioden die Produktionskapazität dieser Perioden übersteigt.

---

1) Siehe Beckmann,M.: Linerare Planungsrechnung - Linear Programming, Ludwigshafen 1959, S.68

Den ökonomischen Vorteilen bei den Produktionskosten, die eine konstante Produktionsrate mit sich bringt, stehen aber erhebliche Kosten der Lagerung gegenüber, so daß die Vorteile bei den Produktionskosten durch die anfallenden Lagerkosten bis zum Verkauf der Produkte wieder kompensiert oder gar überkompensiert werden. Der Betrieb wird dann vor der Frage stehen, ob es für ihn günstiger ist, Antizipationslager zu bilden oder mit der Produktion den Absatzschwankungen zu folgen oder von beiden Möglichkeiten Gebrauch zu machen und sowohl Antizipationslager zu bilden als auch gewisse Veränderungen in der Produktion vorzunehmen. Auf diese Frage wollen wir im einzelnen bei den folgenden Anpassungsmöglichkeiten näher eingehen, wenn wir diese der Lagerhaltung gegenüberstellen.

bb) Anpassung mittels Überstundenproduktion

Die Überstundenproduktion stellt eine Möglichkeit des Betriebes dar, sich zeitlich an Saisonschwankungen anzupassen, indem durch zusätzliche Produktionszeiten die Herstellungszeiten einer Teilperiode erhöht werden. Dabei muß jedoch beachtet werden, daß die Zahl der Überstunden begrenzt ist, und die Produktionskosten bei Überstundenproduktion infolge der Überstundenzuschläge höher liegen als bei regulärer Produktion.[1)]

Von der Möglichkeit der Überstundenarbeit zur Ausweitung der Produktion während des Saisonhochs wird der Betrieb immer dann Gebrauch machen, wenn die Saisonschwankungen relativ klein und die Lagerkosten andererseits relativ hoch sind im Verhältnis zu den Über-

1) Vgl. Dinkelbach,W.: Zum Problem der Produktionsplanung in Ein- und Mehrproduktunternehmen, Würzburg-Wien 1964, S.46

stundenkosten. Bei Vorliegen so eindeutiger Verhältnisse wird der Betrieb nur die Überstundenproduktion heranziehen, um die Nachfrage während des Saisonhochs zu befriedigen. Liegen jedoch andere Kostenverhältnisse im Betrieb vor, und ist die Nachfrage in einigen Perioden der Saison größer als die Produktionskapazität ("sales requirement in some period may exceed the combined regular and overtime production capacity of that period"[1]), so wird der Betrieb nicht mehr allein durch Überstundenarbeit den Saisonschwankungen begegnen. Er ist vielmehr gezwungen, Antizipationslager zu bilden und die Lagerhaltung in seine Produktionsplanung einzubeziehen. "Storing here implies that unutilized capacity in the first shift is transferred to following quarters."[2]

Für den Betrieb ergibt sich nun die Frage, in welchem Umfang er von der einen und der anderen Möglichkeit Gebrauch machen soll und wie er die Verteilung der Produktionsmengen auf die einzelnen Perioden vornehmen soll.

11) Untersuchung des Planungsproblems mit Hilfe der "Break-even-point"-Analyse und Aufstellung des Produktionsplanes mit Hilfe der Inspektionsmethode

Die Frage, in welchem Umfang der Betrieb von der einen oder anderen Möglichkeit der Anpassung Gebrauch machen soll, wollen wir mit Hilfe der Break-even-point-Analyse[3] untersuchen.

---

1) Chung, An-min: Linear Programming, Columbus 1963, S.268
2) Danø, Sven: Linear Programming in Industry, 2. Aufl., Wien 1963, S.59
3) Zur "Break-even Analysis" siehe u.a. Barish, N.N.: Economic Analysis for Engineering and Managerial Decision-Making, New York - San Francisco - Toronto London, 1962, S.634ff.

Der Betrieb, den wir unserer Betrachtung zugrundelegen wollen, steht einer Nachfrage nach seinem Produkt von $n_1, n_2, \ldots n_t$ Einheiten während der einzelnen Perioden $i = 1, 2, \ldots t$ des Planungszeitraums T gegenüber. Er kann diese Mengen während der regulären Arbeitszeit, deren Produktionskapazität g_1 beträgt, und während der Überstundenproduktion, deren Kapazitätsgrenze bei g_2 liegt, erzeugen. Die während der regulären Produktionszeit erzeugten Mengen sind x_1, die während der Überstundenproduktion x_2. Die Produktionskosten je Stück betragen während der regulären Arbeitszeit c_1 und während der Überstundenproduktion c_2 DM je Einheit, die Lagerkosten d DM pro Stück je Periode. Die Lagermenge ist y. Die Frage, die sich uns stellt, lautet: Wie soll die Produktion über den Planungszeitraum verteilt werden, damit die Nachfrage zu minimalen Kosten befriedigt werden kann?

Gehen wir von den Daten des oben zugrundegelegten Betriebes aus, so erhalten wir folgende Kostenfunktion, die sich aus den Produktions- und Lagerkosten zusammensetzt:

$$K = \sum_{i=1}^{t} [f(x_i) + dy_i] \qquad (1)$$

wobei

$$f(x_i) = \begin{cases} c_{i1} \cdot x_i & \text{wenn } x_i \leq g_{i1} \\ c_{i1} g_{i1} + c_{i2} \cdot (x_i - g_{i1}) & \text{wenn } x_i \geq g_{i1} \end{cases}$$

Der Betrieb steht vor der Frage, ob es für ihn günstiger ist, in der Periode i, in der noch freie Kapazitäten während der normalen Produktionszeit vorhanden sind, zu produzieren und für eine spätere Periode $i + \lambda$ zu den Kosten d je Stück pro Periode zu lagern oder aber während der späteren Periode zu produzieren

und Überstundenzuschläge in Höhe von $c_2 - c_1$ zu zahlen. Es wird immer dann kostengünstiger sein, in der Periode i während der regulären Arbeitszeit zu produzieren und die Produkte λ Perioden zu lagern, um die Überstundenzuschläge in der Periode $i + \lambda$ zu vermeiden, wenn die Lagerkosten für λ Perioden kleiner als die Überstundenzuschläge sind, d.h. wenn

$$\lambda < \lambda^* = \frac{(c_2 - c_1)}{d} \qquad (2)$$

λ^* ist der Break-even-point für die Produktion auf Lager. "The break-even-point for exchanging inventory carrying charges and overtime premiums depends only on the ratio of relevant costs."[1)]

Die daraus resultierende Entscheidungsregel für die Produktionsplanung besagt, daß die Lagerbestände mit Hilfe der regulären Produktion in der Periode i in der Höhe angelegt werden sollten, daß dadurch eine Überstundenproduktion innerhalb der nächsten λ^* Perioden vermieden wird. Oder anders formuliert und weiter gefaßt:[2)]

1. In jeder Periode darf nichts während der Überstundenproduktion hergestellt werden, solange freie Kapazitäten während der regulären Arbeitszeit vorhanden sind oder
2. solange freie Kapazitäten während der regulären Arbeitszeit in früheren Perioden vorhanden sind und die Lagerkosten je Stück zwischen der früheren und der gegenwärtigen Periode kleiner sind

---

1) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., a.a.O., S. 392

2) Siehe insbesondere: Danø,S., a.a.O., S. 59
Johnson,S.M.: Sequential Production Planning over Time at Minimum Cost, in: MS, Vol. 3, 1956/57,S.437
Elmaghraby,S.: A Note on Production Scheduling by the Use of the Transportation Method, in OR, Vol.5, 1957, S. 565

als die Überstundenzuschläge, d.h. die Differenz in den Produktionskosten zwischen der regulären Arbeitszeit und der Überstundenarbeit.

Verdeutlichen wir uns das obige Problem an einem Zahlenbeispiel, bei dem die Produktionskosten während der regulären Produktion c_1 = 13 DM je Stück und während der Überstundenproduktion c_2 = 20 DM je Stück betragen. Lagerkosten fallen in Höhe von d = 2 DM je Stück pro Periode an. Dann erhalten wir für λ^* aus Gleichung (2): $\lambda^* = 3{,}5$. In diesem Fall ist es für den Betrieb kostengünstiger, Lagerbestände 3 Perioden lang zu unterhalten als Überstundenproduktion innerhalb dieses Zeitraumes durchzuführen. Eine über 3 Perioden hinausgehende Lagerhaltung bringt jedoch schon Kostennachteile, so daß einer Überstundenproduktion der Vorrang zu geben ist.

Der Break-even-point kann graphisch an folgender Abbildung (Abb. 7) veranschaulicht werden:

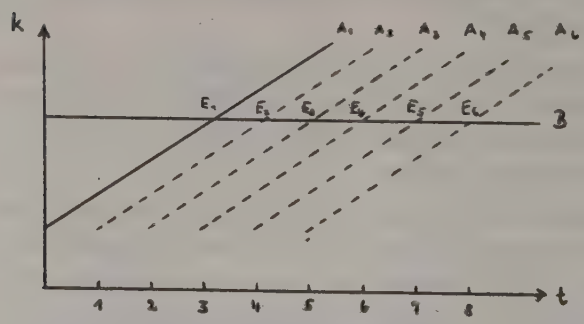


Abb. 7

A_1, A_2, A_3... stellen die Stückkosten, bestehend aus den Produktionskosten je Stück während der regulären Produktionszeit und den akkumulierten Lagerkosten je Stück während der einzelnen Perioden dar, während

B die Stückkosten der Überstundenproduktion darstellt, die in jeder Periode gleich sind. Greifen wir die Kostenkurve A_1 heraus, dann entnehmen wir der Abbildung, daß die Stückkosten der Überstundenproduktion 3 Perioden lang über den Stückkosten aus regulärer Produktion und Lagerhaltung liegen, während zwischen der 3. und 4. Periode der Break-even-point erreicht wird, bei dem die Stückkosten gleich sind und weder die Lagerhaltung noch die Überstundenproduktion Kostenvorteile bietet. Von diesem Punkt an, ist die Überstundenproduktion kostengünstiger, und der Betrieb wird auf eine Lagerhaltung über einen Zeitraum von 4 Perioden hinaus verzichten.

Wie verfährt nun ein Betrieb unter Beachtung der bei der Break-even-point-Analyse ermittelten Planungsregel bei der Aufstellung seines Produktionsplanes, wenn eine bestimmte Absatzkurve gegeben ist? Welche Mengen produziert er in den einzelnen Perioden und wie verteilt er die Produktion auf die reguläre und die Überstundenproduktion?

Bei der Beantwortung dieser Fragen wollen wir zwei Fälle unterscheiden:

1. Wir nehmen einmal an, daß die Kapazität der einzelnen Perioden, bestehend aus regulärer Kapazität und Überstundenkapazität, größer ist als die Nachfrage in den einzelnen Perioden.

2. Im zweiten Fall nehmen wir an, daß die Nachfrage in einigen Perioden größer ist als die Kapazität dieser Perioden.

In beiden Fällen ist jedoch die gesamte Produktionskapazität des Planungszeitraumes größer als die gesamte Nachfrage während des Planungszeitraums.

11a) Aufstellung des Produktionsplanes mit Hilfe der Inspektionsmethode

Bei der Aufstellung des Produktionsplanes unter Zugrundelegung der oben gefundenen Planungsregel wollen wir von dem bereits beispielhaft zugrundegelegten Betrieb ausgehen, für den wir folgende Daten annehmen: Die Nachfrage während der 6 Perioden des Planungszeitraums gibt Tabelle 4 an. Die Produktionskosten betragen während der regulären Produktionszeit c_1 = 13 DM je Stück, während der Überstundenproduktion c_2 = 20 DM je Stück. An Lagerkosten fallen d = 2 DM je Stück pro Periode an. Die Produktionskapazitäten betragen g_1 = 180 und g_2 = 50 Einheiten für die reguläre und die Überstundenproduktion. Anfangs- und Endlager werden gleich Null angenommen. Die Produktion soll so geplant werden, daß die gesamte Produktion des Planungszeitraums gleich der gesamten Nachfrage während des Planungszeitraums ist und ein Minimum an Produktions- und Lagerkosten erreicht wird.

Nachfrageverteilung

Periode	1	2	3	4	5	6
Absatz	110	70	80	140	210	230

Tabelle 4

Bei der Aufstellung des Produktionsplanes wollen wir uns zur Ermittlung der Produktionsverteilung auf die einzelnen Perioden einer Arbeitstabelle in Matrizenform als Planungshilfe bedienen[1)], wie sie Tabelle 5 darstellt. Die zwei ersten Zeilen und Spalten der

1) Vgl. beispielsweise Magee,J.F.: Production Planning.., a.a.O., S.150f
Reinfeld,N.V. - Vogel,W.R.: Mathematical Programming, Englewood Cliffs 1958, S.170ff. Siehe hierzu auch Johnson,S.M., a.a.O.,S.435ff

Produktions- / Absatz-Periode	Art / Mengen		Periode 1 Reg.	Periode 1 Üb.	Periode 2 Reg.	Periode 2 Üb.	Periode 3 Reg.	Periode 3 Üb.	Periode 4 Reg.	Periode 4 Üb.	Periode 5 Reg.	Periode 5 Üb.	Periode 6 Reg.	Periode 6 Üb.
1	11o	I	18o	5o										
		II	13	2o										
		III	11o											
2	7o	I	7o	5o	18o	5o								
		II	15	22	13	2o								
		III			7o									
3	8o	I	7o	5o	11o	5o	18o	5o						
		II	17	24	15	22	13	2o						
		III					8o							
4	14o	I	7o	5o	11o	5o	1oo	5o	18o	5o				
		II	19	26	17	24	15	22	13	2o				
		III							14o					
5	21o	I	7o	5o	11o	5o	1oo	5o	4o	5o	18o	5o		
		II	21	28	19	26	17	24	15	22	13	2o		
		III							3o		18o			
6	23o	I	7o	5o	11o	5o	1oo	5o	1o	5o		5o	18o	5o
		II	23	3o	21	28	19	26	17	24		22	13	2o
		III					4o		1o				18o	
Produktionsplan			11o		7o		12o		18o		18o		18o	

Tabelle 5

Tabelle bilden den erklärenden Rahmen, in den die relevanten Zahlen eingefügt sind. So bezeichnen die ersten beiden Spalten der Tabelle die 6 Absatzperioden mit den jeweiligen Absatzmengen, während die zwei ersten Zeilen der Tabelle die 6 Produktionsperioden mit den vorhandenen Kapazitäten bei regulärer Arbeitszeit und bei Überstundenproduktion angeben. Die Zeile mit der Benennung I = "vorhandene Kapazität" bezeichnet die für die einzelnen Absatzperioden aus den einzelnen Produktionsperioden jeweils vorhandene Produktionskapazität. Die Größen in den Zeilen II = Kostenzeilen geben darüber Auskunft, welche Kosten sich für die Produkte der einzelnen Absatzperioden in den einzelnen Produktionsperioden ergeben, und zwar jeweils für die reguläre Arbeitszeit und die Überstundenarbeit unter Berücksichtigung der Lagerkosten von Periode zu Periode. So betragen beispielweise die relevanten Kosten für die Absatzmengen in der 2. Periode, wenn sie in der 2. Periode erzeugt werden 13 bzw. 20 DM, wenn sie jedoch bereits in der 1. Periode erzeugt werden 15 bzw. 22 DM je Stück, da bereits 2 DM an Lagerkosten anfallen und je Stück pro Periode dazukommen.

Die Zeilen mit der Bezeichnung III = "Produktionsplan" geben die in den einzelnen Perioden für die betreffende Absatzperiode in Anspruch genommene Produktionskapazität bzw. die produzierte Menge an. Die Zahl in dieser Zeile ist jeweils die kleinere von den beiden Zahlen "Absatzmenge" und "vorhandene Kapazität". Wenn die "Absatzmenge" größer als die "vorhandene Kapazität" ist, dann wird die Größe "vorhandene Kapazität" als Produktionsplan eingetragen und die Spalte mit den nächst niedrigeren Kosten gewählt, in die die obige Differenz zwischen der "Absatzmenge" und der "vorhandenen Kapazität" eingetragen wird, wenn sie kleiner als die "vorhandene Kapazität" der neuen Spalte ist.

Ist sie es nicht, dann wird das Verfahren solange fortgesetzt, bis der "Produktionsplan" gleich der "Absatzmenge" der betreffenden Periode ist.

Die in jeder Periode zu produzierende Menge erhält man, indem man die als "Produktionsplan" gekennzeichneten Zahlen jeder Spalte addiert. Die Differenz zwischen dem Absatz und der Produktion der jeweiligen Periode ergibt das für die Saison zu bildende Lager.

Der gewonnene Produktions- und Lagerplan für den 6-Perioden-Planungszeitraum ergibt sich aus Tabelle 6.

Mit obigem Verfahren haben wir eine Methode kennengelernt, bei der lediglich "Inspektion" und einfache Addition und Subtraktion zur Anwendung kommen, und die in einfach gelagerten Fällen bereits zu optimalen Ergebnissen führt.

Periode	Nachfragemengenverteilung in Stück	Produktionsmengenvert. in Stück	Lagerbestand an Fert.prod.
1	110	110	0
2	70	70	0
3	80	120	40
4	140	180	80
5	210	180	50
6	230	180	0

Tabelle 6

Vergleichen wir den hier gewonnenen Produktionsplan und die darin realisierte Verteilung der Produktion mit den beiden extremen Produktionsverteilungen

(Synchronisation und Emanzipation) auf den Seiten 32 und 35 hinsichtlich der mit den einzelnen Verteilungsweisen verbundenen Kosten, wobei wir die Kostengrößen unseres Beispiels auch für die beiden extremen Verteilungsweisen zugrundelegen wollen, dann erhalten wir folgendes Bild:

Verteilung der Produktion	Kosten in DM
Synchronisation	11 480
Emanzipation	12 000
Optimalverteilung	11 260

Bei den dem Beispiel zugrundeliegenden Kostenverhältnissen liegen die Kosten der emanzipierten Produktionsmengenverteilung um 7 %, die Kosten der synchron mit den Absatzschwankungen gehaltenen Produktionsmengenverteilung um 2 % über den Kosten der optimalen Produktionsverteilung.

11b) Einbeziehung von Kapazitätsbeschränkungen

Das obige Planungsproblem erfährt eine Abwandlung, wenn wir nicht mehr wie bisher annehmen, daß die Produktionskapazität in den einzelnen Perioden größer als die Nachfrage in diesen Perioden ist, sondern daß die Nachfrage in einigen Perioden die Produktionskapazität dieser Perioden übersteigt. Dabei soll jedoch auch weiterhin die gesamte Produktionskapazität während des Planungszeitraums größer als die gesamte Nachfrage sein. Das Planungsproblem muß jetzt nicht mehr allein unter ökonomischen Gesichtspunkten gelöst werden, sondern auch unter Beschränkungen hinsichtlich

Produktions- / Absatz-Periode	Art / Mengen		1 Reg.	1 Üb.	2 Reg.	2 Üb.	3 Reg.	3 Üb.	4 Reg.	4 Üb.	5 Reg.	5 Üb.	6 Reg.	6 Üb.
1	11o	I II III	15o 13 11o	5o 2o										
2	7o	I II III	4o 15	5o 22	15o 13 7o	5o 2o								
3	8o	I II III	4o 17	5o 24	8o 15	5o 22	15o 13 8o	5o 2o						
4	14o	I II III	4o 19	5o 26	8o 17	5o 24	7o 15	5o 22	15o 13 14o	5o 2o				
5	21o	I II III	4o 21	5o 28	8o 19	5o 26	7o 17 5o	5o 24	1o 15 1o	5o 22	15o 13 15o	5o 2o		
6	23o	I II III	4o 23	5o 3o	8o 21 1o	5o 28	2o 19 2o	5o 26		5o 24		5o 22	15o 13 15o	5o 2o 5o
Produktionsplan			11o		8o		15o		15o		15o		2oo	

Tabelle 7

der Produktionskapazität in einigen Perioden.

Unserer Betrachtung legen wir wieder das obige Zahlenbeispiel zugrunde, das wir jedoch dahingehend abwandeln, daß statt der Produktionskapazität in Höhe von 230 Einheiten je Periode (180 Einheiten während der regulären Produktion und 50 Einheiten während der Überstundenproduktion) jetzt nur noch eine Kapazität in Höhe von 200 Einheiten (150 und 50) angenommen wird.

Stellen wir wieder eine Arbeitstabelle auf (Tabelle 7), dann erhalten wir folgende Produktionsverteilung während des Planungszeitraums. (Tabelle 8)

Periode	Nachfragemengenverteilung in Stück	Produktionsmengenvert. in Stück	Lagerbestand an Fert.prod.
1	110	110	0
2	70	80	10
3	80	150	80
4	140	150	90
5	210	150	30
6	230	200	0

Tabelle 8

Vergleichen wir die beiden Produktionspläne (Tabelle 6 und 8), dann stellen wir fest, daß im letzteren Fall nicht mehr die oben errechnete Verhaltensweise hinsichtlich der Produktionsverteilung (s.S. 53) durchzuführen ist, d.h. die Lagerdauer auf drei Perioden zu beschränken und sonst lieber auf die Überstundenproduktion zurückzugreifen. Da jedoch weder die Über-

stundenproduktion der 6. Periode noch die restlichen Kapazitäten der regulären Produktion aus den drei vorhergehenden Perioden ausreichen, die über die reguläre Produktion der 6. Periode hinausgehende Nachfrage zu decken, so muß bis auf die Produktionskapazität der 2. Periode zurückgegriffen werden. Die mit Hilfe der "Break-even-point"-Analyse abgeleitete Verhaltensweise gilt nur solange, wie keine Kapazitätsbeschränkungen auftreten.

22) Das Produktionsplanungsproblem als Distributionsproblem (Transportmodell)

Nachdem wir das Planungsproblem in Saisonbetrieben mit Hilfe der Inspektionsmethode in Angriff genommen haben, deren Anwendung auf einfache Fälle bereits befriedigende Lösungen liefert, wollen wir nun die Lösungsmöglichkeiten mit Hilfe der Linearen Programmierung betrachten. "The use of LP (im Originaltext MP[1] - der Verf.) permits the problem to be of any magnitude and, more important, it guarantees a solution that is best for the conditions imposed."[2] "Mathematical Programming offers a more scientific and potentially better approach to the production planning problem"[3]

---

1) MP = Mathematical Programming
2) Reinfeld,N.V. - Vogel,W.R., a.a.O., S. 169
3) Metzger,R.W.: Elementary Mathematical Programming, New York 1958, S. 173

Das Produktionsplanungsproblem, wie es sich uns hier darstellt, eignet sich besonders für eine Lösung als Verteilungsproblem mit Hilfe der Transportmethode.[1] Die Produktionskapazitäten der einzelnen Perioden des Planungszeitraums kann man als Lieferer und die Nachfrage als Abnehmer ansehen. "With this analogy it is possible to visualize a distribution matrix with monthly factory capacities represented by the columns and the monthly sales forecast represented by the rows.[2] Das Problem stellt sich "as one of distributing producing ability to meet a sales demand at the lowest possible cost."[3]

Um das Problem exakt lösen zu können, muß es mathematisch formuliert und in eine Form gebracht werden, die es ermöglicht, die mathematischen Lösungsverfahren zur Anwendung zu bringen.

---

1) Das Produktionsplanungsproblem bei schwankender Nachfrage wurde zuerst als Transportproblem von E.H.Bowman behandelt in seinem Artikel "Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming", in: Operations Research Vol. 4,1956, S.100ff.

   Zum Produktionsplanungsproblem in der Form eines Transportproblems siehe u.a. auch:
   Bishop,G.T.: On a Problem of Production Scheduling, in: Operations Research,Vol. 5,1957, S.97ff
   Vajda,S.: Lineare Programmierung - Beispiele, Zürich 1960, S.21ff
   Manne,A.: Economic Analysis.., a.a.O., S.63ff

2) Metzger,R.W.: Elementary Mathematical Programming, New York 1958, S.177

3) Ebenda, S.173

Das Produktionsplanungsproblem kann in zwei Gruppen von Beziehungen (sets of relationships) formuliert werden. Die erste Gruppe, die die Kapazitätsbeschränkungen der Produktion ausdrückt, besagt, daß das, was in der Periode i produziert und in dieser und den darauffolgenden Perioden verkauft wird, kleiner oder gleich der Produktionskapazität der Periode i ist, d.h. mathematisch ausgedrückt

$$\sum_{j=i}^{t} x_{ij} \leq g_i \qquad \text{wobei} \quad j \geq i \qquad (3)$$

Da wir zwischen Produktion während regulärer Arbeitszeit und Überstundenproduktion unterscheiden, müssen wir diese Beziehung für jede Produktion getrennt ausdrücken

$$\sum_{j=i}^{t} x_{1ij} \leq g_{1i} \qquad \text{(reguläre Produktion)} \quad (3a)$$

$$\sum_{j=i}^{t} x_{2ij} \leq g_{2i} \qquad \text{(Überstundenproduktion)} \quad (3b)$$

wobei $x_{ij} = x_{1ij} + x_{2ij}$ und $g_i = g_{1i} + g_{2i}$

Die zweite Gruppe von Beziehungen erfaßt die Nachfrage und besagt, daß das, was in der Periode j verkauft wird, entweder in derselben oder den vorhergehenden Perioden produziert werden muß:[1)]

---

1) "Back orders" klammern wir aus der Betrachtung aus, was besagt, daß beispielsweise die Produktion des Monats August nicht zur Befriedigung der noch unbefriedigten Nachfrage des Monats Juli verwendet werden kann.

$$\sum_{i=1}^{j} x_{ij} = n_j \qquad \text{wobei} \quad j \geq i \tag{4}$$

Die gesamte Nachfrage während des Planungszeitraums beträgt

$$\sum_{j=1}^{t} n_j = N_T \tag{5}$$

Die gesamte Produktionskapazität während des Planungszeitraums beträgt

$$\sum_{i=1}^{t} g_i = G_T \tag{6}$$

wobei für unsere Betrachtung die gesamte Nachfrage des Planungszeitraums kleiner als die gesamte Produktionskapazität des Planungszeitraums sein soll:

$$N_T \leq G_T \tag{7}$$

Neben den Beschränkungen interessiert uns für die Lösung des Problems noch die Zielfunktion, die sich aus den Produktions- und Lagerkosten zusammensetzt, für die es das Minimum zu bestimmen gilt:

$$\sum_{i=1}^{t} f_c(x_i) + f_d(y_i) = \text{Minimum!} \tag{8}$$

wobei $f_c(x_i)$ den Ausdruck für die Produktionskosten und $f_d(y_i)$ den für die Lagerkosten darstellt. Mit dieser allgemeinen Formulierung ist es uns möglich, die verschiedensten Kostensituationen zu erfassen und entsprechend dem anstehenden Problem zu spezifizieren.

Gehen wir wieder von dem oben zugrundegelegten Betrieb aus, so betragen die Produktionskosten je Stück während der regulären Produktion c_{i1}, während der Überstundenproduktion c_{i2}, und die Lagerkosten d DM pro Stück je Periode. Die Zeit während der die Produktmengen auf Lager liegen, beläuft sich auf j - i Perioden. Für die Stückkosten k_{1ij} und k_{2ij} (zum Zeitpunkt des Verkaufs) erhalten wir folgenden Kostenausdruck, der sich aus den relevanten Produktionskosten c_{1i} und c_{2i} während der i-ten Periode und den Lagerkosten $d \cdot (j-i)$ zusammensetzt:

$$k_{1ij} = c_{1i} + d \cdot (j-i) \qquad (9)$$

wobei i=1, 2,...t; j≥i

$$k_{2ij} = c_{2i} + d \cdot (j-i) \qquad (10)$$

Das Planungsproblem läßt sich nun folgendermaßen als Lineares Programmierungsproblem formulieren, "whose structure is that of a transportation problem":[1)2)]

$$\text{Minimiere } f(x_1,x_2) = \sum_{i=1}^{z}\sum_{j=1}^{t}(k_{1ij}\cdot x_{1ij} + k_{2ij}\cdot x_{2ij}) \qquad (11)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^{t} x_{1ij} \leq g_{1i} \qquad i = 1, 2,.....t \qquad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{t} x_{2ij} \leq g_{2i} \qquad i = 1, 2,.....t \qquad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{z}(x_{1ij} + x_{2ij}) = n_j \qquad j = 1, 2,.....t \qquad (14)$$

$$x_{1ij}, x_{2ij} \geq 0 \quad \text{für } i,j = 1, 2,.....t \qquad (15)$$

---

1) Chung,A., a.a.O., S.269
2) z = Zahl der Produktionsperioden

wobei[1] $k_{1ij}, k_{2ij} = M$ für $i > j$ (16)

$$k_{1ij} = c_{1i} + d(j - i) \quad \text{für } i \leq j \qquad (17)$$

$$k_{2ij} = c_{2i} + d(j - i) \quad \text{für } i \leq j \qquad (18)$$

Zur Illustration des Problems und seiner Lösungsmöglichkeiten wollen wir wieder die Zahlen des obigen 6-Perioden-Planungsproblems heranziehen (in seiner 2. Fassung, bei der die Absatzmengen in einigen Perioden größer als die Produktionskapazitäten sind[2]).

Die Lösung des Problems erfolgt in der für die Transportmethode[3] typischen Standardform, indem eine Matrix mit 2 getrennten Spalten, einer für die reguläre Produktion und einer für die Überstundenproduktion für jede Produktionsperiode i und einer Zeile für jede Absatzperiode j aufgestellt wird. Dazu kommt noch jeweils eine Zeile für die Schattenvariablen, die die ungenutzte Kapazität der regulären und der Überstundenproduktion in jeder Periode darstellen, und eine Zeile für die in den einzelnen Perioden vorhandene Produktionskapazität. Die Nachfrage der einzelnen Perioden gibt die Abschlußspalte wieder. (s. Tabelle 9) Die Zahlen in der Tabelle stellen einmal Kostenwerte (viereckige Kästchen) und zum anderen die in den einzelnen Perioden zu produzierenden Mengen (eingekreiste Werte) dar. Die Kostenwerte "represent the unit cost of 'shipment' from the column source to the row destination".[4] Die Kostenwerte der Matrizenfel-

---

1) M ist das Zeichen für sehr große, aber endliche Kostenwerte.
2) Siehe Seite 56 dieser Arbeit
3) Zu den verschiedenen Lösungsmöglichkeiten der Transportmethode siehe Angermann,A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 165 ff und die dort angegebene Literatur
4) Bowman,E.H., a.a.O., S.100. Im Originaltext heißt es jedoch "row source" und "column destination".

Absatz-periode	Produktions-Periode / Art		1		2		3		4		5		6		Nach-frage
			Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	
	u_j	v_j	13	13	13	13	13	13	6	13	4	11	2	9	
1	0		13	26	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	110
			(110)												
2	0		15	22	13	20	M	M	M	M	M	M	M	M	70
					(70)										
3	0		17	24	15	22	13	20	M	M	M	M	M	M	80
							(80)								
4	7		19	26	17	24	15	22	13	20	M	M	M	M	140
									(140)						
5	9		21	28	19	26	17	20	15	22	13	20	M	M	210
									(10)	(30)	(120)	(50)			
6	11		23	30	21	28	19	22	17	24	15	22	13	20	230
											(30)		(150)	(50)	
Ungenutzte Kapazität	-13		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	360
			(40)	(50)	(80)	(50)	(70)	(50)		(20)					
Kapazität			150	50	150	50	150	50	150	50	150	50	150	50	1200

Tabelle 9

der, für die $i > j$ ist, setzen wir mit M an, dem allgemein üblichen Zeichen für sehr große, aber endliche Kostenwerte, wodurch wir erreichen, daß die Werte x_{1ij} und x_{2ij} dieser Felder gleich Null werden und aus der Betrachtung ausscheiden, da es nicht möglich ist, daß ein Produkt bereits zur Nachfragebefriedigung (in einer früheren Periode) herangezogen werden kann, bevor es produziert worden ist.[1] Diese Matrizenfelder lassen wir daher bei der Betrachtung außer Acht.

Um eine Ausgangslösung zu erhalten, gehen wir ähnlich vor wie bei der Nordwest-Ecken-Methode, nur beginnen wir in der entgegengesetzten Richtung, indem wir, ausgehend von der letzten Periode, die Produktionsmengen so auf die einzelnen Perioden verteilen, daß wir zuerst die reguläre Produktion und dann die Überstundenproduktion der einzelnen Perioden in Anspruch nehmen.[2] Erst wenn die Kapazität der Periode i für die Befriedigung der Nachfrage dieser Periode nicht ausreicht, wird auf die Produktionskapazität der unmittelbar vorausgehenden Periode $i-1$ zurückgegriffen und ihr ein Teil der notwendigen Produktionsmenge der Periode i zugeordnet. Diese Produktion wird bis zu ihrem Verbrauch auf Lager gehalten. Die so gefundene Ausgangslösung ergibt sich aus der Tabelle 9. Mit Hilfe der modifizierten Distributionsmethode[3] erhalten wir nach 2 Iterationsschritten das Endtableau (Tabelle 1o) mit der optimalen Lösung. Es ergibt sich folgende Produktionsverteilung(Tabelle 11):

---

1) Siehe Manne,A.S.: Economic Analysis, a.a.O., S. 66
2) Als Ausgangslösung kann man auch die mit Hilfe der Inspektionsmethode gewonnene Lösung zugrundelegen und sie dann mit Hilfe der Distributionsmethode auf ihre Optimalität hin überprüfen.
3) Siehe hierzu u.a. Angermann,A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 175 ff

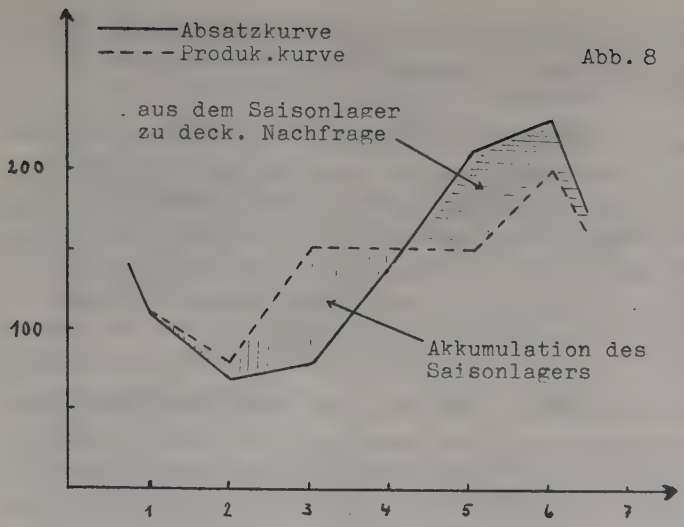
Produktions-periode / Absatzperiode	Art	1		2		3		4		5		6		Nachfrage
		Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	Reg.	Üb.	
u_j \ v_j		13	13	13	13	11	13	9	13	7	13	5	12	
1	0	13	20	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	110
		(110)												
2	0	15	22	13	20	M	M	M	M	M	M	M	M	70
				(70)										
3	2	17	24	15	22	13	20	M	M	M	M	M	M	80
						(80)								
4	4	19	26	17	24	15	22	13	20	M	M	M	M	140
						(70)		(70)						
5	6	21	28	19	26	17	24	15	22	13	20	M	M	210
				(10)				(80)		(120)				
6	8	23	30	21	28	19	26	17	24	15	22	13	20	230
										(30)		(150)	(50)	
Ungenutzte Kapazität	-13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	360
		(40)	(50)	(70)	(50)		(50)		(50)		(50)			
Kapazität		150	50	150	50	150	50	150	50	150	50	150	50	1200

Tabelle 10

Periode	Produktions-verteilung
1	110
2	8o
3	150
4	150
5	150
6	200

Tabelle 11

Vergleicht man das gewonnene Ergebnis mit dem auf Seite 56 (Tabelle 8), dann stellt man fest, daß beide die gleiche Produktionsverteilung auf die einzelnen Perioden des Planungszeitraums ergeben. Bei dem nach der Inspektionsmethode gewonnenen Produktionsplan handelt es sich bereits um die optimale Produktionsverteilung. Der einzige Unterschied besteht in der Verteilung der Lagerproduktion auf die einzelnen Perioden (s. Tabelle 7 und 10). Im ersten Falle wird ein Antizipationslager während der einzelnen Perioden aus der über den laufenden Absatz hinausgehenden Produktion angesammelt, während im zweiten Falle die Lagerbestände aus der Vorperiode in der laufenden Periode verbraucht und neue für die nachfolgende Periode angelegt werden. Dazu ist zu bemerken, daß es,von den Kosten her gesehen, gleichgültig ist, ob die Ware für den Bedarf einer Periode aus der Produktion dieser Periode stammt oder vom Lager gedeckt wird und die abgegebene Menge aus der laufenden Produktion dem Lager wieder zugeführt wird. Die Produktionsverteilung und Bildung des Antizipationslagers veranschaulicht Abb. 8.



cc) Anpassung mittels Variation der Belegschaftsstärke

Neben der Überstunden- bzw. Kurzarbeit, bei der die Belegschaftsstärke grundsätzlich während des gesamten Planungszeitraums beibehalten wird, hat der Betrieb auch die Möglichkeit, sich durch Variation der Belegschaftsstärke, d.h. durch Neueinstellungen und Entlassungen von Arbeitskräften[1)], mit der Produktion an Saisonschwankungen anzupassen. Je nach Größe der vorhandenen technischen Kapazität, d.h. des vorhandenen Betriebsmittelbestandes, wird die Neueinstellung von Arbeitskräften zur Einführung einer 2. Schicht führen

1) Wir wollen uns hauptsächlich auf die Neueinstellung beschränken, da nur sie im wesentlichen mit Kosten verbunden ist, während bei der Entlassung Kosten nur in geringem Ausmaß anfallen.

oder zu einer vermehrten Produktion während der regulären Arbeitszeit (Tagesschicht).

Von der Möglichkeit, die Belegschaftsstärke zu variieren, wird der Betrieb stets dann Gebrauch machen, wenn relativ große Schwankungen im Absatz zwischen Saisonhoch und Saisontief gegeben sind, oder wenn es sich um Güter handelt, die sich aus technischen Gründen zum Lagern wenig eignen bzw. für eine Lagerung zu teuer sind, weil sie zuviel Kapital binden.

Eine Variation der Beschäftigung durch Neueinstellung und Entlassung von Arbeitskräften ist jedoch nur möglich, wenn es die Verhältnisse auf dem Arbeitsmarkt erlauben, jederzeit Arbeitskräfte einzustellen und zu entlassen.

11) Einführung der Beschäftigungsänderungskosten in das Ausgangsmodell

Die Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften sind für den Betrieb mit Kosten verbunden, die um so höher liegen, je angespannter der Arbeitsmarkt ist. Diese Kosten wollen wir als Beschäftigungsänderungskosten bezeichnen. In Zeiten der Unterbeschäftigung, wenn die Möglichkeit besteht, jederzeit die gewünschten Fachkräfte einzustellen, werden nur ganz geringe oder überhaupt keine Kosten bei der Einstellung von Arbeitskräften anfallen, d.h. die Beschäftigungsänderungskosten werden gleich Null sein. Andererseits werden diese Kosten um so höher sein, je angespannter der Arbeitsmarkt ist, da der Betrieb dann mehr aufwenden muß, um die benötigten Arbeitskräfte zu erhalten. Da

Facharbeiter knapp sind, muß auf andere Arbeitskräfte zurückgegriffen werden, die erst angelernt oder aus weiter abgelegenen Gebieten herangeholt werden müssen, wodurch Kosten verursacht werden.

Diese Beschäftigungsänderungskosten sind es, die wir in unsere weitere Betrachtung mit einbeziehen und deren Wirkung wir auf die Produktionsentscheidung untersuchen müssen, wenn wir das Problem der Anpassung an Saisonschwankungen durch eine Variation der Belegschaftsstärke betrachten und einen Plan über die zeitliche Verteilung der Produktion aufstellen wollen.

Die ersten Komplikationen treten bereits bei der Quantifizierung der Kosten auf. "An explicit statement of these costs presupposes a production schedule and yet our problem is precisely to determine such a schedule which depends partly upon these costs. Thus we have a dilemma."[1)]

Um diese Schwierigkeiten zu überwinden, wollen wir uns einer mathematischen Ausdrucksweise bedienen, bei der wir die Differenz zwischen der Produktion zweier aufeinanderfolgender Perioden mit Hilfe zweier getrennter Variablen definieren.

Vorab führen wir jedoch die folgende Kurzschreibweise ein, die für jede reelle Zahl gilt:[2)]

---

1) Chung,A., a.a.O., S.198 .
2) Siehe hierzu u.a.: Vazsonyi,A.: Scientific Programming in Business and Industry, New York 1958, S.245ff
Hanssmann,F.: Operations Research in Production and Inventory Control, New York 1962, S.115ff
Hoffman,A.J. - Jacobs,W.: Smooth Patterns of Production, Management Science Bd. 1, 1954/55, S.86f

$$x^+ = \begin{cases} x & \text{für } x \geq o \\ o & \text{für } x < o \end{cases} \qquad (19)$$

$$x^- = \begin{cases} o & \text{für } x \geq o \\ |x| & \text{für } x < o \end{cases} \qquad (20)$$

wobei $x = x^+ - x^-$ (21)

Mit Hilfe dieser Schreibweise können wir nun die Kosten, die durch eine Änderung der Beschäftigung verursacht werden, und zwar durch eine Vergrößerung der Produktion von der Periode j zur Periode j+1, in folgender Schreibweise darstellen:

$$\alpha = a_1 \cdot (x_j - x_{j-1})^+ \qquad (22)$$

Diese Schreibweise besagt, daß die Kosten nur anfallen, wenn die Produktion von x_{j-1} auf x_j steigt, nicht jedoch wenn die Produktion konstant bleibt oder sinkt.

Die Kosten, die durch ein Absinken der Produktion von der Periode j zur Periode j+1 durch die Entlassung von Arbeitskräften verursacht werden, erfaßt folgender Kostenausdruck:

$$\beta = a_2 (x_j - x_{j-1})^- \qquad (23)$$

Für den gesamten Planungszeitraum betragen die durch eine variable Beschäftigtenzahl bedingten Kosten

$$\alpha_T = a_1 \sum_{j=1}^{t} (x_j - x_{j-1})^+ \qquad (24)$$

$$\beta_T = a_2 \sum_{j=1}^{t} (x_j - x_{j-1})^- \qquad (25)$$

Um eine vollkommen lineare Kostenfunktion (strictly linear costfunction) zu erhalten, führen wir für den Teil der obigen Kostenausdrücke, der die Veränderung der Beschäftigung (Produktion) wiedergibt, folgende neuen Variablen ein:[1)]

$$v_j = (x_j - x_{j-1})^+ \qquad (26)$$

$$w_j = (x_j - x_{j-1})^- \qquad (27)$$

Entsprechend der obigen Definition (21) erhalten wir dann folgende Beziehung:

$$x_j - x_{j-1} = v_j - w_j \qquad (28)$$

wobei $v_j, w_j \geq 0$

und $v_j = 0$, wenn $w_j > 0$

$w_j = 0$, wenn $v_j > 0$

Diese Beziehung besagt: Wenn $v_j > 0$ ist, muß w_j gleich Null und x_j größer als x_{j-1} sein, während umgekehrt, bei positivem Wert für w_j, v_j gleich Null und x_j kleiner als x_{j-1} sein muß. v_j steht somit für einen Anstieg in der Produktion von Periode j-1 zu Periode j, während w_j das Absinken der Produktion von Periode j-1 zu Periode j repräsentiert. Sind sowohl v_j als auch w_j gleich Null, dann ist $x_j = x_{j-1}$, was bedeutet, daß die Produktion konstant geblieben ist und keine Änderung der Beschäftigung (Produktion) erfolgte. Auf diese Art und Weise ist es uns möglich, sowohl Steigerungen als auch Rückgänge in der Produktion durch getrennte Variable darzustellen, sofern verhindert

---

1) Vgl. Hoffman,A.J. - Jacobs,W., a.a.O., S.87
Hanssmann,F., a.a.O., S.116

werden kann, daß v_j und w_j gleichzeitig postive Werte annehmen.[1)]

Da es uns jetzt möglich ist, durch v_j Steigerungen in der Produktion (positive Änderung der Beschäftigtenzahl) und durch w_j Rückgänge in der Produktion darzustellen, so können wir die obigen Kostenfunktionen (24) und (25) folgendermaßen schreiben:

$$\alpha_T = a_1 \sum_{j=1}^{t} v_j \qquad (29)$$

$$\beta_T = a_2 \sum_{j=1}^{t} w_j \qquad (30)$$

Nachfolgend wollen wir die beiden Fälle untersuchen, die bei einer Änderung der Beschäftigung mittels Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften auftreten können:

1. Es fallen keine Kosten bei der Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften an und die Beschäftigungsänderungskosten sind daher gleich Null.

2. Die Beschäftigungsänderungskosten sind größer als Null, da bei der Einstellung und Entlassung Kosten anfallen. Diese Kosten müssen dann bei der Planungsentscheidung berücksichtigt werden.

---

1) Siehe Chung,A., a.a.O., S.199

22) Das Planungsproblem und seine Lösung unter verschiedenen Nebenbedingungen hinsichtlich Kapazität und Beschäftigungsvariation

22a) Beschäftigungsänderungskosten = o

22aa) Unbeschränkte Tageskapazität

Erlauben es die Verhältnisse auf dem Arbeitsmarkt, daß der Betrieb jederzeit Arbeitskräfte einstellen und entlassen kann, ohne daß er irgendwelche finanziellen Aufwendungen zu machen hat, die mit der Einstellung und Entlassung von Arbeitskräften verbunden sind, dann brauchen auch keine Kosten angesetzt zu werden, die ansonsten durch eine variable Beschäftigtenzahl entstehen könnten. Unterstellen wir weiter, daß die vorhandene technische Kapazität groß genug ist für die Ausweitung der Produktion ohne daß die Einführung einer zweiten Schicht notwendig wird, dann bleiben die Produktionskosten[1)] je Stück konstant (constant marginal production cost) unabhängig von der ausgebrachten Menge.

Für die Produktionskosten erhalten wir in diesem Fall eine einfache lineare Beziehung:

$$f(x_i) = c \cdot x_i \qquad (31)$$

Die Lagerkosten in Abhängigkeit vom Lagerbestand zum Periodenende der einzelnen Perioden betragen

$$f(y_i) = d \cdot y_i \qquad (32)$$

---

1) Siehe hierzu S. 16 dieser Arbeit.

so daß die gesamten zu minimierenden Kosten während des Planungszeitraumes lauten:

$$K = c \sum_{i=1}^{T} x_i + d \sum_{i=1}^{T-1} y_i \qquad (33)$$

Sie gilt es zu minimieren unter Einhaltung gewisser Beschränkungen, die auch für die folgenden Modelle Gültigkeit haben. Die Beschränkung, die stets eingehalten werden muß, besagt, daß das Anfangslager zu Beginn des Planungszeitraumes plus der Produktion zu jedem Zeitpunkt größer oder gleich der Nachfrage bis zu diesem Zeitpunkt sein muß:

$$y_o + X_t \geq N_t \qquad (34)$$

oder anders ausgedrückt:

$$y_o + X_t - N_t - y_i = o \qquad (35)$$

bzw.
$$y_i = y_o + X_i - N_i \geq o \qquad (36)$$

wobei $X_t = \sum_{i=1}^{t} x_i$ und $N_t = \sum_{i=1}^{t} n_i$ (37)

Diese Beschränkung gibt die Beziehung zwischen dem Anfangslagerbestand zu Beginn des Planungszeitraums, zwischen der Produktion und der Nachfrage wieder. Sie gibt die Gewähr dafür, daß die Nachfrage in allen Perioden des Planungszeitraums befriedigt werden kann.

Um ein determiniertes Problem zu bekommen, nehmen wir für das Lager am Ende des Planungszeitraums T einen bestimmten Wert an. Der Einfachheit halber soll dieser

Wert Null sein, so daß

$$Y_T = y_o + X_T - N_T = o \qquad (38)$$

Für die Produktion in den einzelnen Perioden gilt

$$x_i \geq o$$

Außerdem soll der Anfangslagerbestand zu Beginn des Planungszeitraumes stets kleiner als die Nachfrage während des gesamten Planungszeitraums sein, d.h.

$$y_o < N_T$$

da sonst kein Planungsproblem auftritt.

Ersetzen wir in der obigen Kostenfunktion (33) den Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{T} x_i \qquad (39)$$

durch die Beziehung (38), dann erhalten wir

$$K = c\,(N_T - y_o) + d\sum_{i=1}^{T} y_i \qquad (40)$$

Wie aus dieser Formulierung ersichtlich ist, sind nur die Lagerkosten variabel und ändern sich mit der Art der Produktionsverteilung, während die Produktionskosten davon unberührt bleiben.

Nehmen wir an, daß $N_k \leq y_o < N_{k+1}$, so sind $\sum y_i$ und damit die Gesamtkosten dann minimal, wenn[1)]

---

1) Vgl. hierzu insbesondere Modigliani,F. - Hohn,F.: Production Planning over Time and the Nature of the Expectation and Planning Horizon, Econometrica, 23, 1955, S.48

$$\bar{x}_i = o \qquad \text{wobei} \quad i \leq k \qquad (41)$$

$$\bar{x}_{k+1} = N_{k+1} - y_o \qquad (42)$$

$$\bar{x}_i = n_i \qquad \text{wobei} \quad i > k+1 \qquad (43)$$

$\bar{x}_i$ stellt die optimale Entscheidung dar. Die optimale Produktionspolitik besteht in diesem Fall darin, solange nichts zu produzieren, bis der Anfangslagerbestand zu Beginn des Planungszeitraums aufgebraucht ist, um daran anschließend die Produktion in jeder Periode in Höhe der Nachfrage durchzuführen. Die Bildung von Antizipationslagern, durch die erreicht werden soll, daß die Produktion aus einer Periode in eine andere verlegt wird, deren Produktionskosten je Stück niedriger liegen, ist hier nicht erforderlich, da die Produktionskosten je Stück in allen Perioden gleich und unabhängig von der Produktionsrate sind. "If production costs per unit are independent of the production rate, there is no particular advantage in smoothing production."[1)2)]

22ab) Beschränkte Tageskapazität

Wir gehen wieder von den gleichen Verhältnissen auf dem Arbeitsmarkt aus wie im letzten Kapitel, unterstellen jetzt jedoch, daß die technische Tageskapazität für eine Produktionsausweitung nicht ausreichend ist und der Betrieb daher gezwungen ist, zum Mehrschichtbetrieb überzugehen. Dann fallen in der 2. Schicht neben den regulären Arbeitskosten, die in der

---

1) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., Planning Production.., a.a.O.,S.391

2) Wir haben hier den Fall der vollkommenen Synchronisation von Produktion und Absatz.

ersten Schicht allein anfallen, noch Schichtzuschläge an. Wie bei der Überstundenproduktion erhalten wir jetzt unterschiedliche Produktionskosten in den einzelnen Schichten. Innerhalb der einzelnen Schichtkapazität g_k sind die Produktionskosten je Stück konstant, während sie von Schicht zu Schicht steigen, so daß sich für die Produktionskosten folgende Gleichung ergibt:

$$f(x_{ik}) = c_k x_{ik} \qquad (44)$$

wobei $x_{ik} \leq g_k$ und $c_1 < c_2 < c_3$. Die Produktionsstückkosten hängen jetzt von der ausgebrachten Menge ab und sind nicht mehr wie im vorigen Kapitel von ihr unabhängig.

Die Lagerkosten sind die gleichen wie im vorherigen Modell, so daß sich das Planungsproblem folgendermaßen mathematisch formulieren läßt:

Die Produktionsmengen x_{ik} der einzelnen Perioden sind so zu bestimmen, daß die Kosten

$$K = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{T} c_k x_{ik} + d \sum_{i=1}^{T-1} y_i \qquad (45)$$

ein Minimum erreichen und folgende Nebenbedingungen eingehalten werden:

$$y_t = \sum_{k=1}^{3} x_{kt} - N_t \geq 0 \qquad (46)$$

$$y_T = \sum_{k=1}^{3} x_{kT} - N_T = 0 \qquad (47)$$

$$x_{ik} \geq 0 \qquad (48)$$

$$x_{ik} \leq g_k \qquad (49)$$

Für die Lösung dieses Programmierungsproblems kann sowohl die Transportmethode, wie wir sie bereits beim Überstundenproblem erörtert haben, als auch die Simplexmethode[1] verwendet werden. Das obige Planungsproblem ist ein Beispiel für ein dynamisches lineares Programmierungsproblem, bei dem die Berechnungen mit Hilfe der Simplexmethode "take advantage of the simple repetitive structure of the problem."[2] Auf die Durchrechnung eines Beispiels wollen wir hier verzichten und verweisen auf das Zahlenbeispiel bei der Überstundenarbeit.[3]

---

1) Zur Simplexmethode siehe u.a. Angermann,A., Entscheidungsmodelle, a.a.O., S. 185 ff
Joksch,H.C.: Lineares Programmieren, 2.Aufl., Tübingen 1965, S.61ff
und die dort angegebene Literatur.

Zur Anwendung der Simplexmethode auf das obige Planungsproblem siehe beispielsweise Danø,S., a.a.O., S.57ff
Danø,S. - Jensen,E.L., a.a.O., S. 28ff
Manne,A.S.: A Note on the Modigliani-Hohn Production Smoothing Model, in: Management Science, Vol.3, 1956/57, S.371,ff.

2) Arnoff,E.L. - Sengupta,S.S.: Mathematical Programming, in: Progress in Operations Research, edited by Ackoff,R.L., Publication in Operations Research No. 5,New York - London 1961, S.174

3) Das Planungsproblem bei Mehrschichtenproduktion ohne Anfall von Beschäftigungsänderungskosten ist programmierungsmäßig gesehen analog dem Planungsproblem bei Überstundenproduktion.

22b) Beschäftigungsänderungskosten > o

22ba) Unbeschränkte Tageskapazität

Die Annahme, daß bei der Neueinstellung bzw. Entlassung von Arbeitskräften und der damit verbundenen Änderung der Beschäftigung keine Kosten anfallen, wollen wir jetzt fallen lassen und das realistischere Problem unter Einschluß der Beschäftigungsänderungskosten betrachten, wobei wir zuerst wieder von einer ausreichenden Tageskapazität ausgehen.

Neben den Produktions- und Lagerkosten haben jetzt auch die Beschäftigungsänderungskosten Einfluß auf die Planungsentscheidung. Da wir jedoch von einer für jede Produktionsausweitung während des Saisonhochs ausreichenden Tageskapazität ausgehen, so bleiben die Produktionskosten je Stück konstant und unabhängig von der ausgebrachten Menge. Sie beeinflussen daher auch nicht die Produktionsverteilung, weswegen wir sie in diesem Kapitel außer Acht lassen können und mit Null ansetzen wollen. Außerdem nehmen wir noch eine Vereinfachung vor, um den Rechenaufwand zu verringern, ohne das Problem im Grundsätzlichen zu verändern. Wir setzen nur für die Einstellung von Arbeitskräften und damit für die Ausweitung der Produktion Kosten an, während die Entlassung von Arbeitskräften und damit ein Rückgang der Produktion keine Kosten verursachen soll[1)], d.h. a_2 wird mit Null angesetzt.

---

1) Zu dem hier erörterten Problem siehe auch
Hoffmann, A.J. - Jacobs,W.: Smooth Patterns of Production, Management Science, Vol. I, 1954/55, S.86ff
Antosiewiez,H. - Hoffman,A.: A Remark on the Smoothing Problem, ebenda, S.92ff

Wir erhalten dann folgende Kostengleichung für das Problem:

$$K(v,y) = \frac{1}{2} d \sum_{i=1}^{t} (y_i + y_{i-1}) + a_1 \sum_{j=1}^{t} v_j \qquad (50)$$

Sie gilt es unter folgenden Nebenbedingungen zu minimieren:

$$y_o + \sum_{j=1}^{i} (x_j - n_j) - y_i = 0 \qquad i = 1,\ldots,t \quad (51)$$

$$x_j - x_{j-1} - v_j + w_j = 0 \qquad j = 1,\ldots,t \quad (52)$$

$$x_j, y_i, v_j, w_j \geq 0 \qquad i,j = 1,\ldots,t \quad (53)$$

Setzen wir neben n_j auch noch das Anfangslager y_o und die Produktionsrate x_o zu Beginn des Planungszeitraums als bekannt voraus, dann hat dieses Planungsproblem in obiger Formulierung 4t Variable und 2t Beschränkungen, wobei t die Zahl der dem Planungszeitraum zugrundegelegten Perioden ist.

Dieses Planungsproblem wollen wir auch wieder an unserem obigen 6-Perioden-Zahlenbeispiel (siehe S. 5o) veranschaulichen. Wir nehmen ferner an, daß das Anfangslager zu Beginn des Planungszeitraumes $y_o = 60$ Einheiten beträgt und daß die Produktionsrate am Ende der letzten Periode des abgelaufenen Planungszeitraums bei $x_o = 110$ Einheiten je Periode lag. Die Lagerkosten betragen $d = 2$ DM pro Einheit je Periode, während die Beschäftigungsänderungskosten $a_1 = 3$ DM pro Einheit beim Produktionsanstieg betragen. Legen wir die Zahlen des Beispiels zugrunde, dann ergibt sich das Planungsproblem unter Einbeziehung der Hilfsvariablen h_b in folgender Formulierung:

Minimiere (54)

$$K(y,v) = \frac{1}{2}2\sum_{i=1}^{6}(y_i + y_{i-1}) + 3\sum_{j=1}^{6}v_j + o\sum_{j=1}^{6}x_j + o\sum_{j=1}^{6}w_j + M\sum_{b=1}^{11}h_b$$

unter den Nebenbedingungen: (55)

$$x_1 - y_1 + h_1 = 5o$$
$$x_2 + y_1 - y_2 + h_2 = 7o$$
$$x_3 + y_2 - y_3 + h_3 = 8o$$
$$x_4 + y_3 - y_4 + h_4 = 14o$$
$$x_5 + y_4 - y_5 + h_5 = 21o$$
$$x_6 + y_5 - y_6 + h_6 = 23o$$
$$x_1 - v_1 + w_1 + h_7 = 11o$$
$$x_2 - v_1 - v_2 + w_1 + w_2 + h_8 = 11o$$
$$x_3 - v_1 - v_2 - v_3 + w_1 + w_2 + w_3 + h_9 = 11o$$
$$x_4 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + h_{10} = 11o$$
$$x_5 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_5 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + h_{11} = 11o$$
$$x_6 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_5 - v_6 - w_1 - w_2 - w_3 - w_4 - w_5 - w_6 = 11o$$

Das aus der Zielfunktion und den erweiterten Beschränkungsgleichungen gebildete Simplex-Koeffizientenschema hat die in Tabelle 12 dargestellte Gestalt. Ausgehend von diesem Ausgangssimplextableau führen wir nach den Rechenregeln der Simplexmethode die notwendigen Transformationen durch und erhalten das folgende Endtableau (Tabelle 13), aus dem wir die Lösung des Problems entnehmen können. Danach ergibt sich für die angenommene betriebliche Kostensituation folgende optimale Produktionsverteilung, wie sie Tabelle 14 zeigt.

$c_j^{(1)}$		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8	h_9	h_{10}	h_{11}	
M	h_1	1						-1																		1											50
M	h_2		1					1	-1																		1										70
M	h_3			1					1	-1																		1									80
M	h_4				1					1	-1																		1								140
M	h_5					1					1	-1																		1							210
MM	h_6						1					1	-1																		1						230
M	h_7	1											-1							1												1					110
M	h_8		1										-1	-1						1	1											1				110
M	h_9			1									-1	-1	-1					1	1	1											1			110
M	h_{10}				1								-1	-1	-1	-1				1	1	1	1											1		110
M	h_{11}					1							-1	-1	-1	-1	-1			1	1	1	1	1												1	110
O	w_6						1						-1	-1	-1	-1	-1	-1		1	1	1	1	1	1												110
	z_j M	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	-1	-5	-4	-3	-2	-1	0	5	4	3	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-
	z_j N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
	c_j M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-
	c_j N	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
$z_j - c_j$	M	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	-1	-5	-4	-3	-2	-1	0	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1210
$z_j - c_j$	N	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-3	-3	-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 12

c_j	B_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	
0	x_1	1							-1/2						1/2						-1/2					60
2	y_1							1	-1/2						1/2						-1/2					10
3	v_3								3/2	-1					1/2	1					-1/2	-1				20
3	v_4								-1	2	-1						1						-1			60
3	v_5									-1	3/2		-1/2					1	1/2					-1	-1/2	80
3	y_5										-1/2	1	-1/2						1/2						-1/2	10
0	w_1								1/2					-1	-1/2					1	1/2					50
0	x_2		1						-1/2						-1/2						1/2					60
0	x_3			1					1	-1																80
0	x_4				1					1	-1															140
0	x_5					1					1/2		-1/2						1/2						-1/2	220
0	x_6						1				1/2		-1/2						-1/2						1/2	220
$z_j - c_j$		0	0	0	0	0	0	0	-1/2	-4	-1/2	0	-9/2	-3	-1/2	0	0	0	-1/2	0	-5/2	-3	-2	-3	-5/2	520

Tabelle 13

Periode	Produktions-verteilung	Nachfrage-verteilung
1	60	110
2	60	70
3	80	80
4	140	140
5	220	210
6	220	230

Tabelle 14

Vergleicht man die Produktionsverteilung mit der Verteilung der Nachfrage, so stellt man fest, daß die Produktion bei der hier angenommenen Kostensituation sich stark an die Schwankungen in der Nachfrage anlehnt und nur am Anfang (bedingt durch den Anfangslagerbestand) und am Ende des Planungszeitraums kleinere Abweichungen zeigt. Auf die Zusammenhänge, die zwischen der betrieblichen Kostensituation und der Produktionsverteilung bestehen, kommen wir im übernächsten Kapitel noch näher zu sprechen.

2bb) Beschränkte Tageskapazität

Ist der Betrieb gezwungen, bei der Ausweitung seiner Produktion mit Hilfe von Neueinstellungen zu einer Mehrschichtproduktion überzugehen, da die technischen Produktionsmittel für eine Ausweitung der Tagesschicht nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung stehen, dann fallen Kosten an, die bei der Planungsentscheidung zu berücksichtigen sind.

Neben den Beschäftigungsänderungskosten und den Lagerkosten haben jetzt auch die Produktionskosten wieder Einfluß auf die Planungsentscheidungen, da sie in unterschiedlicher Höhe anfallen, je nachdem, in welcher Schicht die Produktion erfolgt.

Für das hier zu lösende Planungsproblem erhalten wir folgende Kostenfunktion, wobei wir an Modell (45) und (50) anknüpfen[1]:

$$K(x,y,v) = \frac{1}{2} d \sum_{i=1}^{t} (y_i + y_{i-1}) + \sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{t} c_k \, x_{jk} + a_1 \sum_{j=1}^{t} v_j \qquad (56)$$

Sie gilt es unter den nachfolgenden Nebenbedingungen zu minimieren:

$$y_o + \sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{t} (x_{jk} - n_j) - y_i = o \qquad i = 1,\ldots.t \qquad (57)$$

$$\sum_{k=1}^{3} (x_{jk} - x_{j-1,k}) - v_j + w_j = o \qquad j = 1,\ldots.t \qquad (58)$$

$$x_{jk} \leq g_{jk} \qquad j = 1,\ldots.t \quad k = 1,\ldots.3 \qquad (59)$$

$$x_{jk},\ y_i,\ v_j,\ w_j \geq o \qquad i,j = 1,\ldots.t \quad k = 1,\ldots.3 \qquad (60)$$

Das Problem in seinem obigen Ansatz stellt eine Erweiterung des vorhergehenden Modells dar. Dadurch ergibt sich eine erhebliche Vergrößerung des rechnerischen Aufwandes bei der numerischen Lösung des Problems, weswegen wir hier auf die Durchrechnung eines Beispiels verzichten wollen.

---

1) Siehe hierzu auch Klein,M.: On Production Smoothing, in: Management Science, Vol. 7,1960/61, S.288ff
Magee,J.F.: Studies in Operations Research - I. Linear Programming in Production Scheduling, Cambridge,Mass., 1952, S.10f

dd) Anpassung mit Hilfe einer kombinierten Anwendung der verschiedenen Anpassungsmöglichkeiten

Bislang haben wir jeweils getrennt untersucht, wie sich ein Betrieb verhält und seine Produktion plant, wenn er sich mittels Lagerhaltung, mittels Überstundenproduktion und mittels Neueinstellung und Entlassung von Arbeitskräften mit seiner Produktion an saisonale Absatzschwankungen anpaßt. Nun ist es aber durchaus möglich, daß der Betrieb sich dieser drei Möglichkeiten gemeinsam bedient. Auf diese Fragen wollen wir in dem nun begonnenen Kapitel eingehen und das Problem außerdem dahingehend erweitern, daß wir die Kosten für Kurzarbeit (idle time costs) und die Fehlmengenkosten (costs of shortage) in die Betrachtung einbeziehen.

Als wir die Anpassung mittels Überstundenproduktion behandelten, sind wir zwar auf die Überstundenkosten eingegangen, haben dabei aber unberücksichtigt gelassen, daß für den Betrieb auch Kosten entstehen können, wenn er zur Kurzarbeit im Saisontief übergeht. Diese Kosten entstehen dadurch, daß der Betrieb den Lohn oder einen Teil des Lohnes zahlt, obgleich eine Verkürzung der Arbeitszeit (Feierschichten) eintritt.[1)] Diese Kosten stellen das Pendant zu den Überstundenkosten dar.

Die Fehlmengenkosten, die wir ebenfalls in das Modell einbeziehen wollen, treten stets dann auf, wenn der Betrieb es bewußt oder unbewußt in Kauf nimmt, daß

---

1) Der Betrieb nimmt keine Entlassungen während des Saisontiefs vor und die anfallenden Kosten in Kauf, um die Arbeitskräfte während der übrigen Zeit des Jahres zur Verfügung zu haben.

nicht alle Nachfrage befriedigt wird und dadurch für den Teil der Nachfrage, der unbefriedigt bleibt, ebenfalls Kosten (entgangener Gewinn, Verlust an goodwill) entstehen, die proportional der unbefriedigten Nachfrage (Fehlmenge) angenommen werden sollen. Die Fehlmengenkosten stellen somit das Gegenstück zu den Lagerkosten dar.

Bedient sich der Betrieb bei seiner produktionsmässigen Anpassung an Saisonschwankungen sowohl der Überstundenarbeit als auch der Neueinstellung und Entlassung von Arbeitskräften, dann genügt es nicht mehr, die in den einzelnen Perioden zu produzierenden Mengen x_i allein zu bestimmen, sondern es muß auch die Zahl der Beschäftigten B_i in den einzelnen Perioden bestimmt werden. Die Belegschaftsstärke (Beschäftigtenzahl) B_i soll dabei durch die in der Periode i zur Verfügung stehende Zahl von regulären Arbeitsstunden (neben denen es noch die Überstunden gibt) gemessen werden.

Sind x_i und B_i bestimmt, so sind dadurch die Mengen, die jeweils während der regulären Arbeitszeit und während der Überstundenproduktion erzeugt werden, ebenfalls bestimmt. Die Überstundenproduktion (Zahl der Überstunden) läßt sich dadurch berechnen, daß man von der zur Erzeugung der Menge x_i aufgewendeten Zahl von Arbeitsstunden[1] $x_i \cdot m$ die regulären Arbeitsstunden B_i abzieht. Als Differenz ergeben sich die Überstunden:

	aufgewendete Arbeitsstunden	$x_i m$
-	reguläre Arbeitsstunden	B_i
=	Überstunden	$(x_i m - B_i)$ (61)

1) Produzierte Menge x_i × notwendige Stunden je Einheit m = aufgewendete Stunden $x_i m$

Um die beiden Entscheidungsgrößen Produktionsmenge x_i und Beschäftigtenzahl B_i für die einzelnen Perioden als optimale Werte bestimmen zu können, benötigen wir wieder die für das Problem relevanten Kosten.

Bislang haben wir für die Berechnung der Produktionskosten, bei denen es sich allein um die Arbeits(Lohn-)kosten gehandelt hat, als Mengengerüst die produzierte Menge zugrundegelegt, da es nur galt, sie zu bestimmen. Da jetzt auch die Beschäftigtenzahl bestimmt werden muß, wollen wir für die Berechnung der Produktionskosten als Mengengerüst die aufgewendeten Arbeitsstunden zugrundelegen. Bezeichnen wir mit e_1 die Kosten je reguläre Arbeitsstunde, mit e_2 die Kosten je Überstunde und mit e_3 die Kosten für jede bezahlte aber nicht gearbeitete Stunde (Feierstunde), dann erhalten wir für die regulären Arbeitskosten den Ausdruck $e_1 B_i$, während wir die Überstunden- und Kurzarbeitskosten nach unserer oben verwendeten Ausdrucksweise[1] in der Form

$$e_2 (x_i m - B_i)^+ \quad \text{und} \quad e_3 (x_i m - B_i)^- \qquad (62)$$

schreiben können.

Die Beschäftigungsänderungskosten, die durch Neueinstellungen und Entlassungen verursacht werden, lassen sich folgendermaßen fassen:

$$e_4 (B_i - B_{i-1})^+ \quad \text{und} \quad e_5 (B_i - B_{i-1})^- \qquad (63)$$

wobei e_4 die Kosten für jede neu hinzukommende und e_5 die für jede reduzierte Arbeitsstunde repräsentieren.

---

1) Siehe Seite 70ff dieser Arbeit.
Für die Kurzarbeitskosten nehmen wir der Einfachheit halber an, daß sie für jede nicht gearbeitete Stunde in gleicher Höhe anfallen wie die Kosten für jede reguläre Arbeitsstunde.

Für die Lagerkosten erhalten wir wie bereits oben $d_1 y_i$. Ergeben sich keine Bestände sondern Fehlmengen am Ende der Periode i, dann legen wir diese Fehlmengen für die Berechnung der Fehlmengenkosten zugrunde und erhalten $d_2 y_i$, so daß wir für die Lager- und Fehlmengenkosten folgendes Kostenpaar erhalten:

$$d_1 y_i^+ \quad \text{und} \quad d_2 y_i^- \tag{64}$$

Aus diesen einzelnen Kosten ergibt sich für den gesamten Planungszeitraum folgende Gesamtkostenfunktion:

$$K(x_i, B_i) = \sum_{i=1}^{t} \Big[e_1 B_i + e_2 (x_i m - B_i)^+ + e_4 (B_i - B_{i-1})^+ + e_5 (B_i - B_{i-1})^- + d_1 y_i^+ + d_2 y_i^- \Big] \tag{65}$$

Es gilt nun x_i und B_i so zu bestimmen, daß obige Kosten ein Minimum ergeben und nachfolgende Nebenbedingungen eingehalten werden:

$$y_i = y_{i-1} + x_i - n_i \tag{66}$$

$$x_i \geq o \tag{67}$$

$$B_i \geq o \tag{68}$$

Gegeben sind von diesen Größen die Nachfrage n_i und die Ausgangsgrößen y_o und B_o.

Die Kostenfunktion in ihrer obigen Form ist eine stückweise lineare Funktion der Entscheidungsvariablen. Um eine vollkommen lineare Funktion zu erhalten, wollen wir die folgenden Variablen einführen:[1)]

---

1) Vgl. Hanssmann,F., a.a.O., S. 116
Siehe hierzu auch S. 70 dieser Arbeit.

$$
\begin{aligned}
h_{ai} &= (x_i m - B_i)^+ \\
h_{bi} &= (x_i m - B_i)^- \\
r_{ai} &= (B_i - B_{i-1})^+ \\
r_{bi} &= (B_i - B_{i-1})^- \\
s_{ai} &= y_i^+ \\
s_{bi} &= y_i^-
\end{aligned}
\qquad (69)
$$

Diese Ausdrücke geben die Überstunden- und Kurzarbeit, die positive und negative Beschäftigungsänderung und den Lager- und Fehlmengenbestand in jeweils einer Variablen wieder.

Die beiden Entscheidungsvariablen x_i und B_i lassen sich mit Hilfe dieser neuen Variablen folgendermaßen fassen:[1)]

Für x_i erhalten wir aus den Gleichungen (21), (66) und (69):

$$
\begin{aligned}
x_i &= y_i - y_{i-1} + n_i \\
&= (s_{ai} - s_{bi}) - (s_{ai-1} - s_{bi-1}) + n_i
\end{aligned}
\qquad (70)
$$

Für B_i ergibt sich aus den Gleichungen (69) und (70):

$$x_i m - B_i = h_{ai} - h_{bi} \qquad \text{und damit}$$

$$
\begin{aligned}
B_i &= x_i m - (h_{ai} - h_{bi}) \qquad (71) \\
&= m\left[(s_{ai} - s_{bi}) - (s_{ai-1} - s_{bi-1}) + n_i\right] \\
&\quad - (h_{ai} - h_{bi})
\end{aligned}
$$

---

1) Siehe Hanssmann,F., a.a.O., S. 116 f

In dieser neuen Fassung von x_i und B_i nehmen die beiden obigen Beschränkungsgleichungen (67) und (68) folgende Form an:

$$(s_{ai} - s_{bi}) - (s_{ai-1} - s_{bi-1}) + n_i \geq o \qquad (72)$$

$$m\left[(s_{ai} - s_{bi}) - (s_{ai-1} - s_{bi-1}) + n_i\right] - (h_{ai} - h_{bi}) \geq o \qquad (73)$$

Die 3. Beschränkungsgleichung (66) ist bereits in Gleichung (70) enthalten.

Neben diesen beiden Beschränkungen ergibt sich aus der Definition der Variablen r_{ai} und r_{bi}, die die Beschäftigungsänderung ausdrücken, noch folgende zusätzliche Beschränkungsgleichung:[1)]

$$B_i - B_{i-1} = r_{ai} - r_{bi} \qquad (74)$$

Mit Hilfe der neuen Variablen ausgedrückt, ergibt sich aus Gleichung (71) für die zusätzliche Beschränkungsgleichung:

$$B_i - B_{i-1} = m\left[s_{ai} - s_{bi} - 2(s_{ai-1} - s_{bi-1}) + s_{ai-2} - s_{bi-2} + n_i - n_{i-1}\right] - (h_{ai} - h_{bi}) + h_{ai-1} - h_{bi-1} \qquad (75)$$

bzw. nach Umformung:

$$m\left[s_{ai} - s_{bi} - 2(s_{ai-1} - s_{bi-1}) + s_{ai-2} + s_{bi-2}\right] - (h_{ai} - h_{bi}) + (h_{ai-1} - h_{bi-1}) - (r_{ai} - r_{bi}) = m(n_{i-1} - n_i) \qquad (76)$$

---

1) Vgl. hierzu insbesondere Hanssmann,F., a.a.O., S. 117

Neben den Beschränkungen gilt es auch noch die Zielfunktion mit Hilfe der neuen Variablen aus den Gleichungen (69) und (71) zu formulieren, die dann lautet:

$$K(x_i,B_i) = \sum_{i=1}^{t} \{ e_1 m [(s_{ai} - s_{bi}) - (s_{ai-1} - s_{bi-1}) + n_i] - e_1(h_{ai} - h_{bi}) + e_4 r_{ai} + e_5 r_{bi} + e_2 h_{ai} + d_1 s_{ai} + d_2 s_{bi} \} \qquad (77)$$

oder unter Verwendung der Beziehung $y_i = s_{ai} - s_{bi}$ nach einigen Umformulierungen:[1)]

$$K(x_i,B_i) = \sum_{i=1}^{t} [(e_2 - e_1) h_{ai} + e_1 h_{bi} + e_4 r_{ai} + e_5 r_{bi} + d_1 s_{ai} + d_2 s_{bi}] + e_1 m (s_{at} - s_{bt} - y_o + \sum_{i=1}^{t} n_i) \qquad (78)$$

Das lineare Programmierungsproblem lautet jetzt: Minimiere die Kostenfunktion (78) unter Einhaltung der Nebenbedingungen (72), (73), (76) und der folgenden Nichtnegativitätsbedingungen:

$$h_{ai},\ h_{bi} \geq o$$
$$r_{ai},\ r_{bi} \geq o \qquad (79)$$
$$s_{ai},\ s_{bi} \geq o$$

wobei $h_{ai} = o$, wenn $h_{bi} > o$ und $h_{bi} = o$, wenn $h_{ai} > o$. Entsprechendes gilt auch für die anderen vier Größen.

1) Der letzte Klammerausdruck steht für $\sum_{i=1}^{t} x_i$, siehe Gleichung (51) und (69).

Das Programmierungsproblem in dieser Formulierung hat 6 t Variable und 3 t Beschränkungsgleichungen. Das sind bei Zugrundelegung unseres 6-Perioden-Planungszeitraums 36 Variable und 18 Beschränkungsgleichungen. Wegen der Größe dieses Programmierungsproblems wollen wir auf eine Durchrechnung eines Zahlenbeispiels verzichten und uns mit der Formulierung des Problems begnügen.

Zur Lösung dieses Planungsproblems gibt es jedoch eine Approximationsmethode, die von Holt, Modigliani, Simon und Muth[1] verwendet worden ist. Sie haben ein Modell entwickelt, in dem sie die meisten der obigen Kosten als quadratische Funktionen der Produktionsmenge x_i und der Beschäftigtenzahl B_i angenommen haben. Die obigen Kostenausdrücke (62) bis (64) werden durch diese quadratische Kostenfunktionen ersetzt.[2] "The obvious advantage of quadratic cost functions is that differential calculus may be employed to arrive at a system of linear equations for the optimal quantities x_i, B_i (im Originaltext q_i, W_i - d.verf.). This system may be solved by a matrix inversion."[3] Man kommt dann zu linearen Entscheidungsregeln für die Größen x_i und B_i, die lineare Funktionen der Nachfrageparameter n_i, des Anfangslagerbestandes y_o und der Beschäftigtenzahl B_o zu Beginn des Planungszeitraums sind und folgende Form annehmen:[4]

---

1) Siehe Holt,C.C. - Modigliani,F. - Simon,H.A.: Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, in: Management Science, Vol.2, 1955/56, S. 1ff.
Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F.: Derivation of a Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, in: Management Science, Vol.2, 1955/56, S. 159ff
2) Vgl. hierzu auch Vazsonyi,A., a.a.O., S. 364ff
3) Hanssmann,F., a.a.O., S.126
4) Wegen der Einzelheiten siehe hierzu u.a.: Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. a.a.O., S.159ff

$$x_i = \sum_{i=1}^{t} \gamma_i n_i + \sigma B_o + \delta y_o + \lambda \qquad (80)$$

$$B_i = \sum_{i=1}^{t} \gamma'_i n_i + \sigma' B_o + \delta y_o + \lambda' \qquad (81)$$

Die Koeffizienten γ-λ hängen dabei nur von den Kostenparametern ab und man kann sie ein für allemal bestimmen, solange die Kostenparameter des Problems unverändert bleiben. Zu jedem Planungszeitpunkt i lassen sich die optimalen Werte von x und B mit Hilfe dieser linearen Entscheidungsregeln bestimmen, indem man die Nachfragemengen für die nächsten t Perioden in n_i einsetzt.

ee) Die Abhängigkeit der betriebsinternen Anpassungsweisen von den betrieblichen Kostenverhältnissen (Optimalitätsanalyse)

Bislang haben wir bei den verschiedenen Möglichkeiten der betriebsinternen Anpassung an Saisonschwankungen stets den optimalen Produktionsplan dargestellt, wie er sich bei Vorhandensein einer gewissen Kostensituation ergibt. Oft ist der Betrieb jedoch nicht allein an der Lösung des Planungsproblems interessiert, sondern auch daran, wann und inwieweit Planänderungen notwendig werden, wenn eine Änderung im Verhältnis der den Planungsentscheidungen zugrundegelegten Kosten zueinander eintritt. Deshalb wollen wir in diesem Kapitel untersuchen, wie sich der Produktionsplan ändert, wenn eine Änderung in den zugrundegelegten Kosten eintritt, d.h. wir wollen die Empfindlichkeit der Planungsentscheidungen auf Variationen bei den Kostenkoeffizienten untersuchen.[1] Es handelt sich

---

1) Vgl. Arnoff,E.L. - Sengupta,S.S., a.a.O., S.175 Zum folgenden siehe insbesondere Chung,A., a.a.O., S. 200 ff

bei dieser Untersuchung um eine Empfindlichkeitsanalyse (Optimalitätsanalyse) der Produktionsplanung, die sich mit Hilfe der Parametrischen Programmierung[1] durchführen läßt.

Bei dieser Untersuchung können wir gleichzeitig auch die Abhängigkeit der Planungsentscheidungen und damit die Wahl der Verhaltensweise von dem Verhältnis der für die Planungsentscheidung relevanten Kosten zueinander feststellen. Dabei knüpfen wir an das Modell (50) auf Seite 80 an, bei dem wir die Kosten der Lagerhaltung d den Beschäftigungsänderungskosten a, die bei einer Variation der Beschäftigung auftreten, gegenübergestellt hatten. Das dortige Modell, das zwei Kostenparameter aufwies, wollen wir für unsere jetzige Untersuchung dahingehend abwandeln, daß es nur noch einen Parameter aufweist. Das erreichen wir, indem wir die obige Funktion (50) K(v,y) durch d dividieren. Wir erhalten dann eine neue Funktion K'(v,y), die die gleichen Minima wie die obige Funktion hat[2], aber nur den einen Parameter[3] $u=\frac{a}{d}$ enthält und entsprechend abgewandelt lautet:

Minimiere

$$K'(v,y) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{t}(y_{i-1} + y_i) + u\sum_{j=1}^{t} y_j \qquad (82)$$

unter den obigen Nebenbedingungen (51) bis (53).

---

1) Siehe u.a. Gass,S.I.: Linear Programming, New York 1958, S.109f
Hadley,G.: Linear Programming, Reading,Mass., 1961, S.379ff
Joksch,H.C., a.a.O., S.101ff

2) Siehe Chung,A., a.a.O., S.203

3) Der Parameter u = a/d gibt die Kosten des Produktionsanstieges um 1 Einheit im Verhältnis zu den Lagerkosten je Einheit während einer Periode wieder.

Mit Hilfe dieser Formulierung können wir feststellen, wie die Minimalkosten im Verhältnis zu verschiedenen Werten von u variieren. Durch die Anwendung eines modifizierten Verfahrens der Simplexmethode ist es uns möglich, optimale Produktionspläne für verschiedene Bereiche von u, von u = o bis $u < +\infty$ zu berechnen und damit gleichzeitig die Empfindlichkeit der Produktionspläne auf Variationen der Kostenkoeffizienten zu studieren.

Bevor wir uns jedoch der Berechnung zuwenden, wollen wir noch eine Vereinfachung des Modells vornehmen, die die Nebenbedingungen (Beschränkungen) betrifft.

Das Modell in seiner obigen Formulierung hat 4 t Variable und 2 t Beschränkungen, wobei t die Anzahl der Perioden des Planungszeitraumes angibt. "Although not prohibitively large, the problem by virtue of its logic does provide room for condensation."[1] Das Problem läßt sich dabei sowohl hinsichtlich der Anzahl der Variablen als auch hinsichtlich der Beschränkungsgleichungen reduzieren.[2]

Aus der ersten Beschränkungsgleichung (51) des obigen Modells erhalten wir für x_j bzw. x_{j-1}:

$$x_j = n_j + y_j - y_{j-1} \qquad (83)$$

$$x_{j-1} = n_j + y_{j-1} - y_{j-2} \qquad (84)$$

Setzen wir diese Werte für x_j und x_{j-1} in die zweite

---

1) Chung,A., a.a.O., S.2oo
2) Vgl. hierzu Gass,S.I.: Linear Programming - Methods and Applications, New York - Toronto - London 1958, S. 162f

Beschränkungsgleichung (52):

$$x_j - x_{j-1} = v_j - w_j \qquad (52)$$

ein, dann eliminieren wir alle x_j-Werte aus dem ursprünglichen Modell und erhalten folgende Beschränkungsgleichungen:

$$v_j - w_j + 2y_{j-1} - y_j - y_{j-2} = n_j - n_{j-1} \qquad (85)$$

wobei $j = 1, 2, \ldots\ldots t$
und $y_{-1} = n_o = o$

Auf diese Art und Weise haben wir die Variablen x_j und jeweils eine Beschränkungsgleichung der einzelnen Perioden des Planungszeitraums eliminiert. Da wir jedoch x_o, die Produktion in der letzten Periode vor Beginn des Planungszeitraumes berücksichtigen wollen, so haben wir für die 1. Periode ($j = 1$) eine gesonderte Beschränkungsgleichung aufzustellen, aus der x_o nicht eliminiert wird. Diese Beschränkungsgleichung erhalten wir, indem wir die 1. Gleichung aus (52), d.h. $x_1 = x_o + v_1 - w_1$ in die 1. Gleichung in (83) einsetzen:

$$y_o + x_o + v_1 - w_1 - n_1 = y_1 \qquad (86)$$

Fassen wir die Gleichungen (85) und (86) zusammen, ordnen wir sie nach den Indices und bringen wir die Konstanten auf die rechte Seite, dann erhalten wir das Problem in folgender verkürzter Form:

$$\text{Minimiere} \quad K'(v,y) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{t}(y_{j-1} + y_j) + u\sum_{j=1}^{t} v_j \qquad (87)$$

unter den Nebenbedingungen[1)]

1) Diese reduzierten Nebenbedingungen können auch bei dem Problem auf Seite 80 angewendet werden, wodurch eine erhebliche Verringerung des Rechenaufwandes erzielt wird.

$$y_1 - v_1 + w_1 = y_o + x_o - n_1 \qquad (88)$$

$$-2y_1 + y_2 - v_2 + w_2 = -y_o + n_1 - n_2$$

$$y_{j-2} - 2y_{j-1} + y_j - v_j + w_j = n_{j-1} - n_j \text{ wobei } j = 3,..t$$

$$\text{und } y_j,\ v_j,\ w_j \geq o \qquad j = 1,.....t$$

Das Problem in dieser reduzierten Formulierung hat t statt 2 t Beschränkungsgleichungen und 3 t statt 4 t Variable. Diese Reduzierung erzielten wir dadurch, daß wir die aus der Beschränkung (51) gewonnenen Werte für x_j und x_{j-1} in die Beschränkungsgleichung (52) einsetzten. "However it must be strongly emphasized that this procedure is valid only under special circumstances. Otherwise every problem with m constraints and n (>m) variables would be reducible to an equivalent problem of 1 constraint and (n-m) variables, which would be extremely easy to solve. This is unfortunately too good to be true. It will not work because each variable so eliminated from the system of constraints also escapes the control of the non-negativity constraint. Thus, a feasible solution to the reduced problem might actually imply negative values of the eliminated variables which, of course, would be unacceptable as a solution to the original problem. This difficulty does not exist in the present problem, however, because of the problem's economic logic."[1] Diese Logik ergibt sich aus der Beschränkung (83): Nehmen wir beispielsweise an, daß die Produktion x_j während der Periode j negativ sein sollte ($x_j < o$), dann müßte y_{j-1} größer als n_j sein, da y_j sonst negativ wäre, was durch die Nichtnegativitätsbedingung ausgeschlossen wird. Das Lager müßte in diesem Fall am

---

1) Chung,A., a.a.O., S. 201f.

Ende der Periode j-1 bzw. am Anfang der Periode j größer sein als die Nachfrage während der Periode j, was unwirtschaftlich wäre, da eine Verlegung der Produktion aus der Periode j-1, falls $x_{j-1} > o$, in die Periode j zu Einsparungen in den Lagerkosten führen würde. Es kann sich hierbei somit nicht um eine optimale Lösung handeln. Das schließt daher aus, daß wir negative x_j in einer optimalen Lösung erhalten können.

Für den Fall, daß sowohl $x_j < o$ als auch $x_{j-1} \leq o$ sind, gelten die obigen Argumente ebenfalls, jedoch unter Einbeziehung einer weiteren Periode, wobei dann $y_{j-2} > n_{j-1} + n_j$ sein müßte. So können wir, von Periode zu Periode rückwärts schreitend, die gleichen Argumente gebrauchen und kommen dann zu einem der beiden logischen Schlüsse: Entweder ist in einer der zurückliegenden Perioden, beispielsweise der Periode j-k, $x_{j-k} > o$, dann ist die Lösung nicht optimal, oder in allen zurückliegenden Perioden ist $x_{j-k} \leq o$, was bedeutet, daß das Anfangslager zu Beginn des Planungszeitraums größer als die gesamte (kumulierte) Nachfrage in den j Perioden sein muß. Im letzteren Falle bedarf es keiner Produktion während der j Perioden, so daß die Produktionsplanung erst mit der Periode j+1 zu beginnen hat.

Wir kommen also zu folgendem Schluß: Solange $y_o \leq n_1$, d.h. der Anfangslagerbestand kleiner als die Nachfrage der 1. Periode ist, schließt die reduzierte Formulierung des Planungsproblems von ihren optimalen Lösungen alle diejenigen Lösungen aus, die eine negative Produktion mit einbeziehen.

Nach dieser Erörterung können wir uns wieder der am Anfang dieses Kapitels gestellten Frage zuwenden. Zur Illustration dieses Problems wählen wir wieder das obige Zahlenbeispiel von Seite 50 und erhalten dann, indem wir die Werte in das obige Gleichungssystem einsetzen:

Minimiere

$$K'(v,y) = \tfrac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \tfrac{1}{2}y_6$$
$$+ u\cdot v_1 + u\cdot v_2 + u\cdot v_3 + u\cdot v_4 + u\cdot v_5 + u\cdot v_6$$
$$+ o\cdot w_1 + o\cdot w_2 + o\cdot w_3 + o\cdot w_4 + o\cdot w_5 + o\cdot w_6$$

unter Beachtung der Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned}
y_1 - v_1 + w_1 &= 60\\
-2y_1 + y_2 - v_2 + w_2 &= -20\\
y_1 - 2y_2 + y_3 - v_3 + w_3 &= -10\\
y_2 - 2y_3 + y_4 - v_4 + w_4 &= -60\\
y_3 - 2y_4 + y_5 - v_5 + w_5 &= -70\\
y_4 - 2y_5 + y_6 - v_6 + w_6 &= -20
\end{aligned}$$

und $y_j, v_j, w_j > o$, wobei $j = 1,\ldots\ldots 6$

Damit ist es uns möglich, das Ausgangssimplextableau (s.Tab. 15) aufzustellen und die optimalen Produktionspläne für verschiedene Bereiche von u zu berechnen, wobei wir mit u = o beginnen wollen.

c_i	P_j / P_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	
0	w_1	1						-1						1						60
u	v_2	②	-1						1						-1					20
u	v_3	-1	2	-1						1						-1				10
u	v_4		-1	2	-1						1						-1			60
u	v_5			-1	2	-1						1						-1		70
u	v_6				-1	2	-1						1						1	20
z_j	p_j	1	0	0	0	1	-1	0	1	1	1	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-
	q_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
c_j	p_j	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-
	q_j	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
$z_j - c_j$	p_j	1	0	0	0	1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	180
	q_j	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30

Tabelle 15

Das Simplextableau zeigt die auch sonst übliche Form. Da jedoch zwei verschiedene Preiskoeffizienten existieren, 1 für y_j und u für v_j, die nicht in einer Zahl zusammengefaßt werden können, so bedarf es einer Unterteilung der Zeilen für z_j, c_j und $z_j - c_j$. Die obere Hälfte dieser Zeilen nimmt die Werte den Koeffizienten u betreffend auf, während die untere Hälfte die Werte den Koeffizienten 1 betreffend aufnimmt, wie es ähnlich der Fall bei der M-Methode ist.[1] Die Zeilenhälften wollen wir mit p und q bezeichnen.

Für u = o, womit wir unsere Berechnung beginnen, stellen wir fest, daß die Ausgangslösung bereits die optimale Lösung für diesen Wert darstellt. Setzen wir

1) Zum Matrix-Aufbau bei der M-Methode siehe z.B. Chung,A., a.a.O., S.132

nämlich u = o, dann werden alle Werte der Zeile p_j (in der Doppelzeile $z_j - c_j$) gleich Null, während die Zeile q_j nur negative Werte aufweist, was besagt, daß die Optimallösung erreicht ist.

Es ergibt sich somit folgender Produktionsplan für u = o:

$$x_1 = x_o + v_1 - w_1 = 11o + o - 6o = 5o$$

$$x_2 = x_1 + v_2 - w_2 = 5o + 2o - o = 7o$$

$$x_3 = x_2 + v_3 - w_3 = 7o + 1o - o = 8o$$

$$x_4 = x_3 + v_4 - w_4 = 8o + 6o - o = 14o$$

$$x_5 = x_4 + v_5 - w_5 = 14o + 7o - o = 21o$$

$$x_6 = x_5 + v_6 - w_6 = 21o + 2o - o = 23o$$

Die in den einzelnen Perioden zu produzierenden Mengen entsprechen genau den in diesen Perioden nachgefragten Mengen mit Ausnahme der 1. Periode, in der die Produktion in Höhe des Anfangslagerbestandes unterhalb der Nachfrage liegt. Wir haben hier den Fall der vollkommenen Synchronisation von Produktion und Absatz vor uns, wie sie sich zwangsläufig ergibt, wenn u = o angenommen wird, da es dann möglich ist, eine Steigerung der Produktion vorzunehmen, ohne daß zusätzliche Kosten für die Steigerung in der Produktion anfallen.

Die Frage, die sich uns jetzt stellt, betrifft den Bereich von u, für den die obige Lösung optimal bleibt. "This depends on how far u (im Originaltext t - der Verf.) can be increased before the first favorable

evaluation of some non-basis variable turns up."[1] Das ist für den Wert von u der Fall, der größer als u_1 (u_1 hat als Ausgangswert die Größe Null) ist und bewirkt, daß $z_j - c_j = q + p\,u$ positiv bzw. Null wird.[2] Wir bestimmen diesen Wert u_2 nach der Formel

$$u_j = \underset{p>o}{\text{Min}} - \frac{q_j}{p_j} \qquad (89)$$

Bilden wir die Verhältniszahlen nach obiger Formel für alle $p_j > o$ im obigen Tableau (Tab. 15), dann stellen wir fest, daß die kleinste Verhältniszahl in den Spalten y_1 und y_5 auftritt, nämlich $u = 1$.[3] Wir wählen die Spalte y_1 aus und ersetzen v_2 durch den Vektor y_1, den wir stattdessen einführen. Dann vollziehen wir die Transformation des Ausgangstableaus nach den Rechenregeln der Simplex-Methode und erhalten das nächste Simplextableau. (Tabelle 16)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	111	12	13	14	15	16	17	18	
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	
0	v_1		+1/2					-1	-1/2					1	1/2					50
1	y_1	1	-1/2						1/2						-1/2					10
u	v_3		3/2	-1					1/2	1					-1/2	-1				20
u	v_4		-1	2	-1						1						-1			60
u	v_5			-1	2	-1						1						-1		70
u	v_6				-1	②	-1						1						-1	20
$z_j - c_j$	p_j	0	1/2	0	0	1	-1	-1	-1/2	0	0	0	0	0	-1/2	-1	-1	-1	-1	170
	q_j	0	-3/2	-1	-1	-1	-1	0	1/2	0	0	0	0	0	-1/2	0	0	0	0	40

↑

Tabelle 16

1) Chung, A., a.a.O., S. 2o4
2) Siehe hierzu S. 159 dieser Arbeit und Gass, S.I., a.a.O., S. 11o
3) Der obige Produktionsplan (S. 1o2) ist somit für den Bereich $o \leq u < 1$ optimal.

Daraus ergibt sich der folgende Produktionsplan für $u = 1$:

$$x_1 = x_0 + v_1 - w_1 = 11o + o - 5o = 6o$$
$$x_2 = x_1 + v_2 - w_2 = 6o + o - o = 6o$$
$$x_3 = x_2 + v_3 - w_3 = 6o + 2o - o = 8o$$
$$x_4 = x_3 + v_4 - w_4 = 8o + 6o - o = 14o$$
$$x_5 = x_4 + v_5 - w_5 = 14o + 7o - o = 21o$$
$$x_6 = x_5 + v_6 - w_6 = 21o + 2o - o = 23o$$

Bei der Prüfung der Frage, für welchen Bereich von u dieser Produktionsplan optimal bleibt, stellen wir fest, daß das nur für $u = 1$ der Fall ist; denn der nächste Wert, den wir nach der obigen Formel (89) berechnen, beträgt ebenfalls $u = 1$ (Spalte y_5), was besagt, daß der obige Plan nur für $u = 1$ den Optimalplan darstellt. Ersetzen wir v_6 durch y_5 und führen wir die nächste Simplextransformation durch, dann erhalten wir das folgende Simplextableau (Tabelle 17)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	
0	v_1		1/2					-1	-1/2					1	1/2					50
u	y_1	1	-1/2						1/2						-1/2					10
u	v_3		(3/2)	-1					1/2	1					-1/2	-1				20
u	v_4		-1	2	-1						1						-1			60
u	v_5			-1	3/2		-1/2					1	1/2					-1	-1/2	80
1	y_5			-1/2		1	-1/2						1/2						-1/2	10
$z_j - c_j$	p_j	0	1/2	0	1/2	0	-1/2	-1	-1/2	0	0	0	-1/2	0	-1/2	-1	-1	-1	-1/2	160
	q_j	0	-3/2	-1	-3/2	0	-3/2	0	1/2	0	0	0	1/2	0	-1/2	0	0	0	-1/2	50

↑

Tabelle 17

und daraus den optimalen Produktionsplan:

$$x_1 = 60$$
$$x_2 = 60$$
$$x_3 = 80$$
$$x_4 = 140$$
$$x_5 = 220$$
$$x_6 = 220$$

Die Produktionsverteilung nach diesem Plan ist optimal für den Bereich $1 < u < 3$.

Führen wir diese Optimalitätsanalyse fort, dann erhalten wir noch fünf weitere Bereiche von u, für die sich die entsprechenden Optimalpläne aus der Tabelle 18 ergeben.[1] Vergleichen wir die verschiedenen Bereiche von u miteinander, so ergibt sich hinsichtlich der Produktionsverteilung und der Gesamtkosten für die einzelnen Bereiche folgendes Bild (siehe Abb. 9 und 10) der Optimalitätsanalyse: Je mehr u im Wert steigt, d.h. je größer die Beschäftigungsänderungskosten a im Verhältnis zu den Lagerkosten d werden, um so kleiner werden die Produktionsschwankungen sowohl in ihrer Zahl als auch in ihrer Höhe, und um so mehr nähert sich die Produktion einer konstanten Höhe während des gesamten Planungszeitraumes. Der durchschnittliche Lagerbestand dagegen steigt laufend mit wachsendem u. Das hat zur Folge, daß die Produktionskosten mit steigendem Wert von u ebenfalls steigen, bedingt durch den zunehmenden Anteil an Lagerkosten.

---

1) Vergleicht man den Produktionsplan auf Seite 83 dieser Arbeit, bei dem wir für $a = 3$ und $d = 2$ angenommen haben, mit dem Produktionsplan für den Bereich $1 < u < 3$, so stellen wir fest, daß beide Produktionsverteilungen sich decken, was logisch und folgerichtig ist, da das Verhältnis aus den beiden Kostengrößen
$u = \frac{a}{d} = \frac{3}{2}$ im Bereich $1 < u < 3$ liegt.

Diese Analyse macht gleichzeitig deutlich, wie einerseits der Produktionsplan, d.h. die Verhaltensweise, die der Betrieb hinsichtlich seiner Produktions wählt, vom Verhältnis der für die Produktionsentscheidung relevanten Kosten zueinander abhängig ist, zum anderen zeigt sie gleichzeitig die unterschiedliche Empfindlichkeit der Produktionspläne hinsichtlich Kostenänderungen an.

Bereiche von u	Gesamtkosten	Produktionsverteilung über die Perioden 1	2	3	4	5	6
$0 \leq u < 1$	$18o\,u + 3o$	5o	7o	8o	14o	21o	23o
$u = 1$	$17o\,u + 4o$	6o	6o	8o	14o	21o	23o
$1 < u < 3$	$16o\,u + 5o$	6o	6o	8o	14o	22o	22o
$u = 3$	$46o/3\,u + 7o$	$66\frac{}{}$	$67\frac{}{}$	$67\frac{}{}$	14o	22o	22o
$3 < u < 4,5$	$38o/3\,u + 15o$	$66\frac{}{}$	$67\frac{}{}$	$67\frac{}{}$	$193\frac{}{}$	$193\frac{}{}$	$194\frac{}{}$
$4,5 \leq u < 6$	$4o\,u + 54o$	11o	11o	11o	15o	15o	15o
$6 \leq u < 1o$	$3o\,u + 6oo$	11o	11o	14o	14o	14o	14o
$1o \leq u < 15$	$24\,u + 66o$	11o	134	134	134	134	134
$15 \leq u < \infty$	$2o\,u + 72o$	13o	13o	13o	13o	13o	13o

Tabelle 18

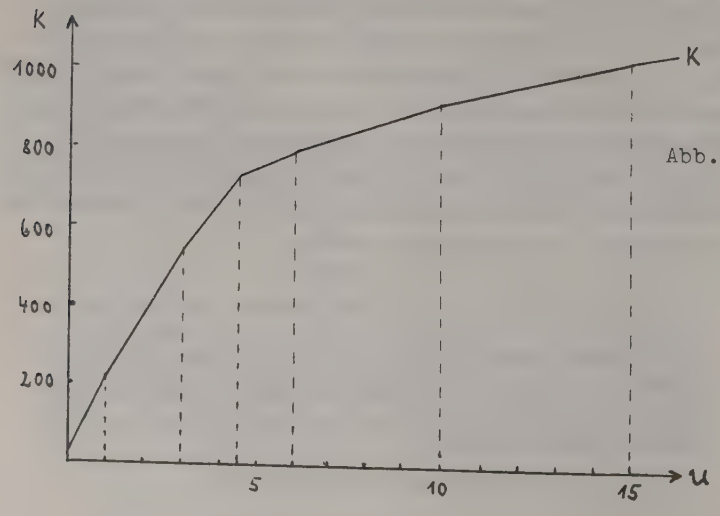


Abb. 9

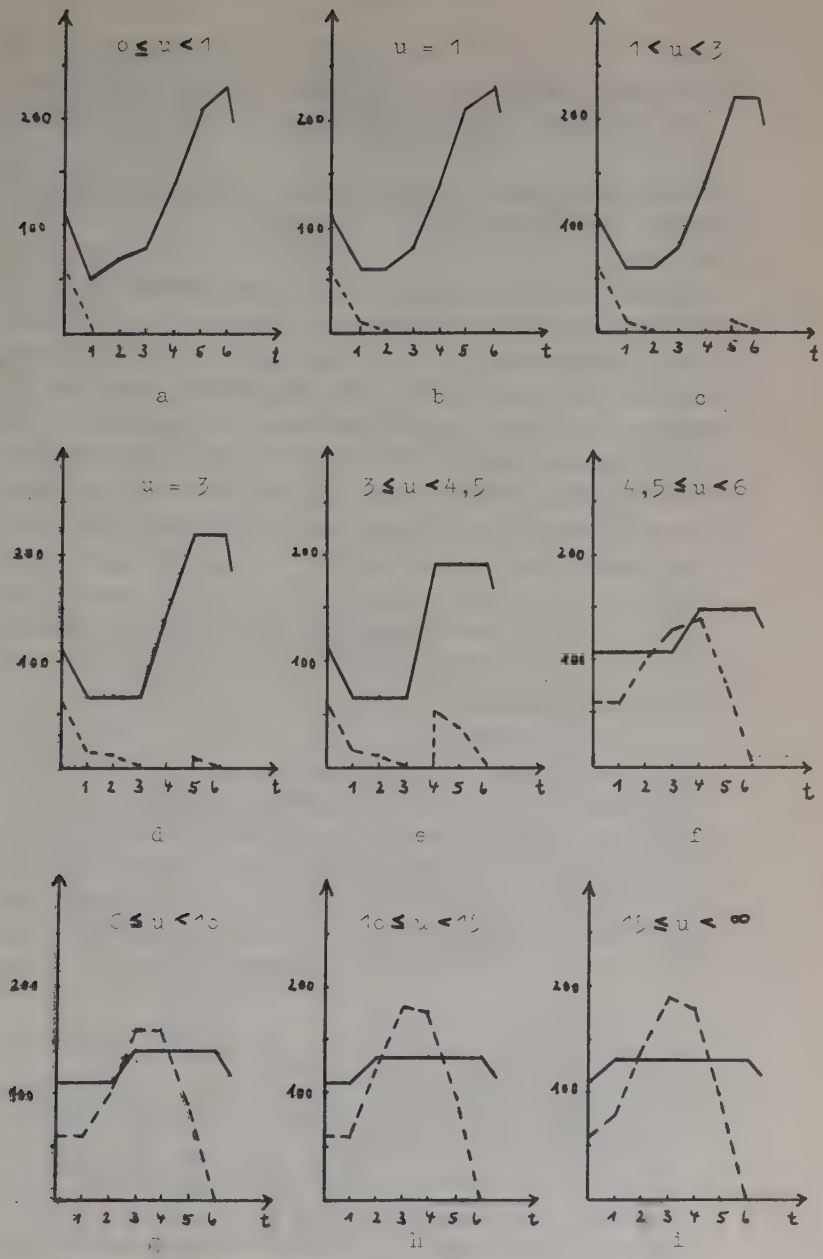

0 ≤ u < 1
u = 1
1 < u < 3
3 ≤ u < 4,5
4,5 ≤ u < 6
200
100
1 2 3 4 5 6 t
a
b
c
d
e
f
g
h
i
Produktionswert.
Lagerbestand

Abb. 10 a - i

2) Anpassung des Betriebes an Saisonschwankungen mit Hilfe betriebsexterner Mittel

aa) Anpassung mittels Zukäufe und fremder Lohnproduktion

Die oben behandelten Anpassungsmöglichkeiten des Betriebes, Saisonschwankungen zu begegnen, betrafen die betriebsinternen Möglichkeiten. Nun kann sich der Betrieb jedoch auch betriebsexterner Möglichkeiten bedienen, um den Saisonschwankungen zu begegnen. Dabei kommen vor allem die Zukäufe und die Lohnproduktion in Frage. Mit ihrer Hilfe wird ein Teil der zusätzlichen Produktion während des Saisonhochs nach außen auf andere Betriebe verlagert.[1] Wann der Betrieb betriebsinterne und wann er betriebsexterne Mittel wählen wird, hängt weitgehend von den damit verbundenen Kosten und den betrieblichen und gesamtwirtschaftlichen Entscheidungen ab.

Handelt es sich bei den betrieblichen Produkten um leicht verderbliche Erzeugnisse, so scheidet die Bildung von Antizipationslagern während des Saisontiefs für die Zeit der Nachfragespitze von vornherein aus. Es bleiben für den Betrieb nur die Überstundenproduktion bzw. die Neueinstellung von Arbeitskräften, wobei die letztere in Zeiten der Überbeschäftigung meistens

---

1) Siehe hierzu u.a. Joksch,H.C.: Lineares Programmieren, Tübingen 1965, S.35ff
Ferguson,R.O. - Sargent,L.F.: Linear Programming— Fundamentals and Applications, New York, Toronto, London 1958, S.257ff
Manne,A.S.: Economic Analysis..., a.a.O., S.64ff
Kilger,W. Produktionsplanung einschließlich Planung des Fertigungsprogramms, in: Dynamische Betriebsplanung zur Anpassung an wirtschaftliche Wechsellagen, Bd.2 der Schriftenreihe der AGPLAN, S.72

auch ausscheidet, so daß der Betrieb, wenn die Überstundenproduktion alleine nicht ausreicht, von der Produktionsverlagerung nach außen Gebrauch machen muß.

Es können aber auch rein wirtschaftliche Überlegungen sein, die den Betrieb veranlassen, von der Produktionsverlagerung nach außen Gebrauch zu machen. Der Betrieb steht in diesem Fall vor der Frage, ob es für ihn günstiger ist, während des Saisontiefs Antizipationslager zu bilden, wodurch Lagerkosten bis zum Verkauf während des Saisonhochs anfallen, oder ob es günstiger ist, zeitweise die Kapazitäten nicht voll auszunutzen und dafür den Spitzenbedarf während des Saisonhochs durch Zukäufe bzw. Vergabe von Produktionsaufträgen an andere Betriebe zu decken.[1)]

bb) Ein Entscheidungsmodell

Um zu einer quantitativen Aussage kommen zu können, benötigen wir wieder die mit den einzelnen Möglichkeiten verbundenen Kosten, dh: die Produktions- und Lagerkosten und die Kosten, die bei den Zukäufen anfallen, wobei wir auch hier wieder annehmen wollen, daß der Preis je zugekaufter Einheit unabhängig von der Größe des getätigten Zukaufes ist, d.h. der Stückpreis ist stets gleichbleibend, wodurch Nichtlinearitäten vermieden werden.

---

1) Zur Frage "selbst erzeugen oder zukaufen" siehe auch die Fallstudie von Brinkerhoff,J.F.: Selber herstellen oder einkaufen, in: Operations Research, herausgegeben von der American Management Association, Inc., Deutsche Ausgabe von Elwenspoek,W.W., Essen 1958, S.219ff

Das Problem, das es zu lösen gilt, läßt sich analog dem Überstundenproblem formulieren:[1]

$$\text{Minimiere } f(x_p, x_k) = \sum_{i=1}^{z} \sum_{j=1}^{t} x_{pij} d_{ij} + \sum_{i=1}^{z} x_{ki} \cdot c_o \quad (90)$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_{pij} \leq g_i \quad (91)$$

$$(x_{pij} + x_k) = n_j \quad (92)$$

$$x_{pij} \geq o \quad (93)$$

$$x_k \geq o \quad (94)$$

Die Lösung dieses Planungsproblems läßt sich am einfachsten mit Hilfe der Distributionsmethode finden, wie wir sie bereits oben verwendet haben.

Eine Erweiterung der hier erörterten Planungsaufgabe ergibt sich dadurch, daß die Überstundenproduktion in die Betrachtung mit einbezogen wird. Der Betrieb steht dann vor der Frage, ob es für ihn günstiger ist, Antizipationslager zu bilden, von der Überstundenproduktion Gebrauch zu machen oder Zukäufe zu tätigen oder eine Kombination aller drei Möglichkeiten zu wählen.

Statt der Produktionsverlagerung von ganzen Erzeugnissen nach außen, hat der Betrieb auch die Möglichkeit, nur die Produktion einiger Teile seines Erzeugnisses während des Saisonhochs nach außen zu verlagern.[2]

---

1) x_p = produzierte Menge, x_k = zugekaufte Menge

2) Während des Saisontiefs stellt der Betrieb alle Teile seines Produktes selbst her, im Saisonhoch dagegen vergibt er Aufträge an Zuliefererbetriebe und führt in der Hauptsache die Montage der Produkte selbst durch.

Dabei bildet bei der Auswahl der Teile, die selbst hergestellt und die zugekauft werden sollen, der "Gewinnvorteil" das Auswahlkriterium. Der Gewinnvorteil für das einzelne Teil ist die Kostendifferenz zwischen den Stückkosten für die Herstellung und den Stückkosten für den Kauf des Teiles multipliziert mit der erwarteten Zahl der Stücke, die auf den betrieblichen Anlagen pro Stunde hergestellt werden.[1] Ist diese Zahl positiv, so ist es vorteilhafter, das Teil selbst herzustellen, ist sie negativ, dann ist es vorteilhafter, auf die Produktion zu verzichten und das Teil zu kaufen. Neben dem Gewinnvorteil sind auch noch die Lagerkosten, die für jedes Teil wegen des in ihm gebundenen Kapitals unterschiedlich hoch sind, für die Entscheidung "kaufen oder selbst herstellen" ausschlaggebend. Die gesuchte Produktionsentscheidung läßt sich wieder mit Hilfe der Linearen Programmierung finden. Aus dem gewonnenen Produktionsprogramm ist dann ersichtlich, welche Teile in welchen Mengen während des Saisontiefs selbst erzeugt und gelagert werden sollten und welche Teile in welchen Mengen zugekauft werden sollten.[2]

Das über die Auswahl der selbst herzustellenden bzw. zu kaufenden Teile Gesagte läßt sich ohne weiteres auf einen Mehrproduktbetrieb anwenden. Statt der Teile eines Produktes handelt es sich dann um ganze Produkte.[3]

---

1) Siehe hierzu u.a. Ferguson,R.O. - Sargent,L.F.: Linear Programming: Fundamentals and Applications, New York - Toronto - London 1958, S. 263 Brinkerhoff,J.F., a.a.O., S.222

2) Eine Fallstudie, bei der es um das Problem selbst herstellen oder zukaufen bei saisonalen Schwankungen geht, liefern Ferguson,R.O. - Sargent,L.F., a.a.O., S.257

3) Das Problem des Zukaufs oder der eigenen Herstellung in einem Mehrproduktbetrieb findet sich bei Joksch,H.C., a.a.O., S.35ff

II. Produktionsplanung in Einproduktbetrieben mit stochastischer Absatzfunktion

a) Änderung des Planungsproblems bei Ungewißheit

In der bisherigen Betrachtung sind wir davon ausgegangen, daß die Nachfrage für den gesamten Planungszeitraum T genau bekannt war. Unserer Betrachtung lag eine deterministische Absatzfunktion zugrunde und die Modelle, die betrachtet wurden, waren deterministische Modelle, bei denen jede mögliche Entscheidung zu eindeutig bestimmten Ergebnissen führt. Oder anders ausgedrückt: "Jeder Entscheidung entspricht ein und nur ein Wert der Zielfunktion".[1)]

Situationen, in denen die Nachfrage genau bekannt ist, sind in der Wirklichkeit jedoch höchst selten anzutreffen. In den wenigsten Fällen haben wir es daher mit einer deterministischen Nachfrage zu tun. Meistens ist die Nachfrage mehr oder weniger unbestimmt, und es können nur Annahmen über das zukünftige Eintreffen der Nachfrage gemacht werden. Vor allem, wenn mit der zeitlichen Entfernung vom Planungszeitpunkt der Grad der Information und die gesicherte Kenntnis über die Nachfragevariable sinkt, bleibt oft nur die Anwendung statistischer Methoden zur Nachfragebestimmung. "Die auf eine einzige Möglichkeit verdichtete Variante des Eintreffens einer Variablen erweitert sich zu einer Skala von Möglichkeiten, geordnet von einer Wahrscheinlichkeitsfunktion."[2)] Für die Nachfrage in

---

1) Sadowski,W.: Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft. (Übersetzung aus dem Polnischen), Berlin 1963, S.17.
2) Elsner,K.: Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren, Meisenheim 1964, S.130

den einzelnen Perioden steht jetzt nicht mehr eine einzige Zustandsvariable n_t; die Variable n_t kann jetzt vielmehr die Werte n_{t1}, n_{t2}, n_{t3},....n_{ti} annehmen, mit den Wahrscheinlichkeiten $p(n_{t1})$, $p(n_{t2})$,... $p(n_{ti})$, so daß für jede Periode eine Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Nachfrage n besteht, nämlich $f_t(n)$.

Wir wollen in dem nun folgenden Teil der Untersuchung von der Annahme einer genau bekannten Nachfrage abrücken und künftig lediglich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage als gegeben ansehen. Wir haben jetzt keine deterministische Absatzfunktion mehr, sondern eine stochastische und die Modelle, die wir betrachten wollen, sind stochastische bzw. probabilistische Modelle.

In den Wahrscheinlichkeitsmodellen stellt die Zielfunktion nicht nur eine Funktion der Entscheidungsvariablen dar, sondern auch eine Funktion der Zustandsvariablen, für die eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gegeben ist.[1] Das hat zur Folge, daß den einzelnen Werten der Entscheidungsvariablen nicht ein Wert der Zielfunktion zugeordnet ist, sondern daß ein und demselben Wert der Entscheidungsvariablen im allgemeinen viele Werte der Zielfunktion zugeordnet sind, die mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten auftreten.[2] Daher muß bei der Bestimmung des optimalen Wertes der Entscheidungsvariablen von dem Erwartungswert der Zielfunktion ausgegangen werden. "Die Entscheidung ist die beste, für die der erwartete Wert der Zielfunktion in Abhängigkeit vom Problem entweder ein Maximum oder

---

1) In unserem Problem ist die Entscheidungsvariable die Produktmenge und die Zustandsvariable die Nachfragemenge in den einzelnen Perioden.
2) Siehe Sadowsky,W., a.a.O., S.163

ein Minimum ist."[1] Auf unser Problem bezogen, heißt das, daß der Produktionsplan der beste ist, der die zu erwartenden Kosten (expected costs) minimiert. Die zu erwartenden Kosten findet man, indem man die Kosten nimmt, die jeder möglichen Situation entsprechen, und sie mit der Wahrscheinlichkeit des Auftretens dieser Situation multipliziert und dann entsprechend summiert oder integriert.[2] Sie stellen somit das mit den Wahrscheinlichkeiten gewogene arithmetische Mittel dar.[3]

Da bei der Aufstellung der Zielfunktion die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage berücksichtigt werden muß und es sich bei unserer Untersuchung um ein mehrstufiges (mehrperiodisches) Planungsproblem handelt, so müssen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen aller Perioden berücksichtigt werden. Da aber die Nachfrage während der einzelnen Perioden nicht konstant bleibt, sondern sich von Periode zu Periode ändert, so bleiben auch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen Perioden nicht konstant, sondern ändern sich im Zeitablauf von Periode zu Periode. Das aber führt zu komplexen Modellanalysen bei der Untersuchung solcher Planungsprobleme, wie sie in Betrieben mit einer saisonalen Absatzkurve auftreten. "In fact, when demand is treated as a stochastic variable whose mean is time dependent, only the most trivial problems can be solved manually. Usually a large digital computer is needed to obtain numerical results."[4]

---

1) Sadowsky,W., a.a.O., S. 166
2) Vgl. Sasieni,M. - Yaspan,A. - Friedmann,L.: Operations Research, New York 1959, S.81/82
3) Siehe hierzu u.a. Schlaifer,R.: Probability and Statistics for Business Decisions, New York 1959, S.25
   Gäfgen,G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen 1963, S.289
4) Hadley,G. - Whitin,T.M., a.a.O., S.323

b) Statische und dynamische Produktionsplanung bei Ungewißheit

Bevor wir auf die verschiedenen Möglichkeiten eingehen, das Planungsproblem bei Ungewißheit in Angriff zu nehmen, wollen wir noch eine Unterscheidung vornehmen, die die Art der Planung, d.h. die Art und Weise betrifft, wie die Planungsentscheidungen gefällt werden.

Wir wollen zwischen statischer (einstufiger) und dynamischer (mehrstufiger) Produktionsplanung unterscheiden. Von statischer Planung wollen wir dann sprechen, wenn die Planungsentscheidungen für sämtliche Perioden zu Beginn des Planungszeitraums gefällt werden,[1] während von dynamischer Planung dann die Rede sein soll, wenn die Planungsentscheidungen in einer Zeitfolge gefällt werden, wenn es sich also um sequentielle Entscheidungen handelt. Im letzteren Fall wird es möglich, inzwischen hinzugekommene Informationen bei den Produktionsentscheidungen zu verwerten und die Produktion der Nachfrage anzupassen.

Bei der Produktionsplanung unter Zugrundelegung einer deterministischen Absatzfunktion wurden sämtliche Produktionsentscheidungen zu Beginn des Planungszeitraums gefällt, und so gesehen, das Problem statisch

---

1) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., a.a.O., S.4o2 unterscheiden in diesem Fall zwischen statischer und dynamischer Unsicherheit (static uncertainty and dynamic uncertainty): "It is necessary to distinguish carefully static uncertainty from dynamic uncertainty. Under conditions of static uncertainty, decisions are made once and for all on the basis of limited information. The dynamic problem allows subsequent decisions to be made on the basis of information that may become available at a later point of time."

behandelt, obwohl es dynamischen Charakter hat.[1] Wir konnten so vorgehen, da uns sämtliche Parameter des Problems genau bekannt waren. Begnügt man sich bei der Lösung von Produktionsplanungsproblemen unter Unsicherheit mit Näherungslösungen, dann kann man auch so vorgehen wie bei der Planung unter Sicherheit und die Produktionsentscheidungen für alle Perioden zu Beginn des Planungszeitraums fällen. Wird eine genauere Planung angestrebt, so bedarf es einer Dynamisierung der Planung. Diese Dynamisierung wird notwendig, wenn man sich weit in die Zeit erstreckende Dispositionen eines Wirtschaftssubjektes adäquat wiedergeben will.[2]

c) Die Produktionsplanung bei Ungewißheit als statisches Problem

Bei der statischen Produktionsplanung unter Ungewißheit geht man so vor wie im deterministischen Fall. Auf Grund der zu Beginn des Planungszeitraums vorliegenden Information, d.h. der für die Nachfrage in den einzelnen Perioden gegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung, trifft der Betrieb seine Entscheidungen für alle Perioden bereits zu Beginn des Planungszeitraums.

---

1) Die Produktion x_i der Periode i ist abhängig von der Nachfrage der Periode i und der Nachfrage in den Perioden i+1, i+2 ...., aber auch vom Lagerbestand y_{i-1} der Vorperiode. Dieser Begriff "dynamisch", bei dem die Zeitpunkt- oder Periodenbezogenheit als Unterscheidungsmerkmal herangezogen wird, ist im Sinne von Schneider gebraucht und unterscheidet sich von dem oben im Zusammenhang mit der Planung gebrauchten Begriff, der die Bedeutung von "mehrstufig, sequentiell" hat und bei der Dynamischen Programmierung verwendet wird. Vgl. hierzu insbesondere Schneider,E.: Einführung in die Wirtschaftstheorie,II.Teil,11.Aufl., Tübingen 1965, S.262ff. Siehe hierzu auch Hoss,K.: Fertigungsablaufplanung mittels operationsanalytischer Methoden, Würzburg 1965, S.87

2) Gäfgen,G., a.a.O., S.297

Im einfachsten Fall verfährt er in der Weise, daß er die Nachfragewerte n_i im deterministischen Modell durch die Erwartungswerte der Nachfrage ersetzt und die Berechnung mit diesen Werten durchführt.[1] Ist nämlich dem Betrieb die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage über den gesamten Planungszeitraum gegeben, dann kann er Mittelwerte berechnen und so verfahren, als ob diese Werte bekannte Größen darstellen.[2] "We can replace the r_i (Nachfrage in den einzelnen Perioden - der Verf.) by their expected values and obtain an approximate solution. The approximation should not be too bad since the probability distribution enters only into the inventory connected cost."[3]

Geht man so vor, dann transformiert man das Planungsproblem unter Ungewißheit gleichsam in ein solches mit bestimmten Größen. Um eventuellen Abweichungen der Nachfrage von der Nachfragevorhersage begegnen zu können, legt man bei der Bestimmung der Produktionsmengen in den einzelnen Perioden nicht den mathematischen Erwartungswert (Mittelwert) zugrunde, sondern geht von einem um bestimmte Zuschläge für Mehrproduktion erweiterten Mittelwert (protective level) aus.

---

1) Hanssmann,F.: Operations Research..., a.a.O., S.118
Garvin,W.W.: Introduction to Linear Programming, New York-Toronto-London 1960, S.172.
Siehe hierzu auch Dantzig,G.B.: Linear Programming under Uncertainty, Management Science,Vol. 1, 1954/55, S.198.

2) Siehe hierzu u.a. Simon,H.A.: Dynamic Programming under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function, Econometrica, Vol. 24, 1956, S.75
Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F., a.a.O., S.160

3) Hanssmann,F., a.a.O., S.118

Neben dieser Möglichkeit, das Planungsproblem in Angriff zu nehmen, gibt es auch Lösungsmöglichkeiten, bei denen "the probabilistic nature of the problem has been built into the problem formulation."[1)2)] Doch bedeutet ihre Anwendung auf unser Planungsproblem keinen Fortschritt gegenüber dem obigen Verfahren, da es den dynamischen Charakter des Planungsproblems nicht berücksichtigt. Es werden auch mit Hilfe dieser verfeinerten Methode keine später hinzukommenden Informationen berücksichtigt, da die Planungsentscheidung für die Produktion zu Beginn des Planungszeitraumes für alle Perioden erfolgt.

Das Produktionsplanungsproblem unter Unsicherheit als statisches Planungsproblem zu behandeln, wird dem Problem nicht gerecht, weil später hinzukommende Informationen unberücksichtigt bleiben. Es muß seines dynamischen Charakters wegen auch als dynamisches, d.h. mehrstufiges Problem in Angriff genommen werden. Andernfalls bleibt die Entwicklung der effektiven Nachfrage, wie sie sich im Laufe des Planungszeitraums ergibt und in den Lagerbeständen zum Ende der einzelnen Perioden ihren Niederschlag findet, ohne Berücksichtigung. Es erfolgt keine Anpassung der Produktion im Laufe des Planungszeitraums an die auftretende Nachfrage und die daraus resultierende Lagerentwicklung. Der Lagerbestand am Anfang der einzelnen Perioden, der sich abweichend von den geplanten Mengen infolge der stochastischen Nachfrage ergeben kann, bleibt bei der Produktionsentscheidung für die einzelnen Perioden unbeachtet.

---

1) Garvin,W.W., a.a.O., S.179
2) Diese Verfahren bedienen sich der stochastischen Programmierung.

Das Planungsproblem statisch zu behandeln, ist nur dann gerechtfertigt, wenn es darum geht, einen groben Rahmenplan aufzustellen oder der Betrieb gewillt ist, entweder unnötig hohe Lagerbestände in Kauf zu nehmen oder die auftretende Nachfrage nicht 100%ig zu befriedigen und Fehlmengen in Kauf zu nehmen. Will er beides vermeiden, dann macht das eine dynamische Planung erforderlich, die es dem Betrieb ermöglicht, sich mit seiner Produktion an die Nachfrageentwicklung im Laufe des Planungszeitraums anzupassen.

d) Die Produktionsplanung bei Ungewißheit als dynamisches Problem

Trägt man der Tatsache Rechnung, daß ein Produktionsplan in der Realität ein sich in der Zeit erstreckendes Aktionsprogramm darstellt und daß sich während des Planungszeitraums, auf den sich der Plan bezieht, die Situation verändert, so gelangt man zur dynamischen Version der Planung.[1] Betrachtet man die Planung als dynamisches Problem, dann wird nicht mehr für den gesamten Planungszeitraum die Planungsentscheidung zu Beginn des Planungszeitraums gefällt. Vielmehr wird es jetzt möglich, daß "subsequent decisions .. be made on the basis of information that may become available at a later point of time."[2]

Um zu einer dynamischen Planung zu kommen, bedarf es einer sequentiellen Zerlegung der (Gesamt-)Planungsentscheidung, die ansonsten gewöhnlich zu Beginn des Planungszeitraums für den gesamten Planungszeitraum gefällt wird. Die Verbesserung der Planungsentscheidung "durch Zerlegung in Entscheidungen für Einzelpe-

---

1) Siehe hierzu Gäfgen,G., a.a.O., S. 297
2) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Muth,J.F. - Simon,H.A., a.a.O., S.402

rioden geht davon aus, daß eigentlich zunächst am Zeitpunkt Null nur eine Entscheidung für die erste Periode gefällt werden muß. Das Optimum für die erste Periode muß dabei aber... eine solche Endsituation A_1 enthalten, daß die auf Grund von A_1 möglichen Bestentscheidungen O_2, O_3 ... für die späteren Perioden zusammen mit O_1 ein Gesamtoptimum bilden."[1)]

Planungsprobleme dieser Art, die sich über mehrere Perioden erstrecken, stellen einen mehrstufigen Entscheidungsprozeß dar, bei dem "a sequence of decisions is sought which maximizes (or minimizes) some predefined objective function or criterion function."[2)]

Die adäquate Methode zur Lösung dynamischer (mehrstufiger) Planungsprobleme, wie sie sich bei der Produktions- und Lagerhaltungsplanung in Saisonbetrieben unter Zugrundelegung einer stochastischen Absatzfunktion ergeben, stellt die Dynamische Programmierung[3)] dar. Sie ist ein Lösungsverfahren für solche Probleme, bei denen eine Reihe aufeinanderfolgender Entscheidungen gesucht wird und die optimale Folge dieser Entscheidungen zu ermitteln ist.[4)] Die Dynamische Programmierung ist ein Rechenverfahren, das von Richard

---

1) Gäfgen,G., a.a.O., S.303
2) Dreyfus,St.: Dynamic Programming, in: Progress in Operations Research, Vol.I, edited by Ackoff,R.L., a.a.O., S.215
3) Siehe hierzu insbesondere Bellman,R.: Dynamic Programming, Princeton 1957
Bellman,R.: Dynamic Programming and the Numerical Solution of Variational Problems, in: Operations Research, Vol.5, 1957, S.277ff
Dreyfus,St., a.a.O., S.211ff
Ferschl,F.: Grundzüge des Dynamic Programming, in: Unternehmensforschung, Bd.3, 1959, S.70ff
4) Sadowski,W., a.a.O., S.21
Kromphardt,W. - Henn,R. - Förstner,K.:Lineare Entscheidungsmodelle, Berlin-Heidelberg-Göttingen 1962, S.424ff

Bellman[1] entwickelt wurde und auf der Anwendung folgender zweier Grundgedanken beruht: "(1) recursive optimality and (2) summation in terms of a state variable".[2]

Das Produktions- und Lagerhaltungsproblem, wie es unserer Untersuchung zugrundeliegt, eignet sich besonders gut für die Anwendung der Dynamischen Programmierung, "because the state of the system can ordinarily be measured in terms of the single state variable: quantity of inventory on hand."[3] Das Problem besteht darin, "to find the optimal policy of adjusting the rate of production to stock"[4] während jeder Periode, wobei es den Erwartungswert der gesamten für die Entscheidung relevanten Kosten des Planungszeitraums zu minimieren gilt.

Die einzelnen Planungsentscheidungen unseres mehrstufigen Planungsproblems zu Beginn der einzelnen Perioden sind eine Funktion des Zeitpunktes t_i (Periodenbeginn) und der Entwicklung während des Planungszeitraumes bis zum Zeitpunkt t_i.[5] Aus Vereinfachungsgründen wollen wir annehmen, daß die Entwicklung während

---

1) Das Optimalitätsprinzip, das der Dynamischen Programmierung zugrunde liegt und auf dem sie basiert, lautet in Bellmans eigenen Worten: "An optimal policy has the property that whatever the initial state and initial decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision." (Bellman,R.: Dynamic Programming, a.a.O., S.83)
2) Manne,A.S.: Economic Analysis..., a.a.O., S.136
3) Ebenda,S.140
4) Beckmann,J.M.: Production Smoothing and Inventory Control, in: Operations Research 1961, Vol.9,S.456
5) Siehe hierzu Hanssmann,F.: A Survey of Inventory Theory from the Operations Research Viewpoint, in: Progress in Operations Research,Vol.I, edited by R.L. Ackoff, New York - London 1961, S. 76

des Planungszeitraums bis zum Zeitpunkt t_i durch eine Zustandsvariable ausgedrückt wird, die sich zum Zeitpunkt t_i ergibt. Diese Zustandsvariable sei der Lagerbestand y_i zum Zeitpunkt t_i. Der Lagerbestand ist dabei abhängig von früheren Entscheidungen und den Werten der bis zum Zeitpunkt t_i eingetretenen zufallsabhängigen Nachfrage.[1] Die Planungsentscheidung für die auf t_i folgende Periode ist somit vom Zeitpunkt t_i, d.h. der zum Zeitpunkt t_i bekannten Nachfragevorhersage und dem zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Lagerbestand abhängig: $g(t_i) = g(t_i, y_i)$.

Veranschaulicht man sich das an einer Skizze, dann ergibt sich folgendes Bild:

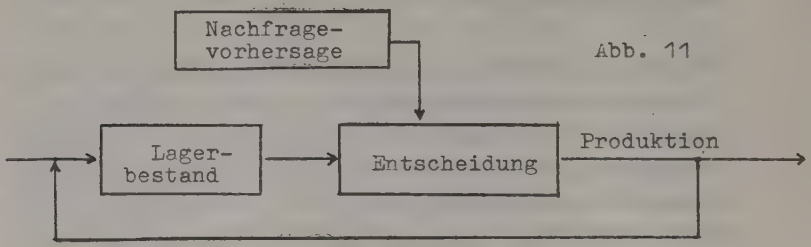


Abb. 11

In diesem Schema läßt sich ohne Schwierigkeiten ein wesentliches Element der Servo-Mechanismen wiedererkennen. Der Output des Systems (die Produktion x_i) wird mit dem Input (dem Absatz n_i) verglichen, um die Höhe des Lagerbestandes zu Beginn der Periode i+1 zu erhalten, der neben der Nachfragevorhersage bestimmend ist für die Produktionsentscheidung der Periode

---

1) Für die Entscheidung zum Zeitpunkt t_i spielt es dabei keine Rolle, wie es zu dem Zustand gekommen ist. "If the state description is sufficiently complete, the optimal policy starting in an given state depends only on that state and not upon how one got to the state." (Dreyfus,St., a.a.O., S.217)

i+1. Es handelt sich hierbei um eine einfache Rückkopplungsschleife.[1] Die Produktion erscheint in dieser Darstellung des Betriebes "in der Form eines Servo-Mechanismus als eine Antwort auf die Impulse von Absatz und Vorhersage."[2]

Wenden wir uns nun der Lösung des Planungsproblems zu, das wir im ersten Teil der Arbeit unter Zugrundelegung einer deterministischen Nachfragefunktion bereits untersucht haben. Wir wollen uns dabei jedoch nur auf das Überstundenproblem beschränken und an ihm die grundsätzlichen Probleme der dynamischen Planung darstellen.

1) Die Entscheidungsfindung mit Hilfe der Dynamischen Programmierung und der so gewonnene Produktionsplan

Bei der Produktionsplanung mit Hilfe der Überstundenarbeit unter Zugrundelegung einer deterministischen Absatzfunktion konnten wir von genau bekannten Nachfragemengen in den einzelnen Perioden des Planungszeitraums ausgehen und daher auch bereits zu Beginn des Planungszeitraums die genauen Mengen bestimmen, die während der einzelnen Perioden produziert werden sollten. Das ist nicht mehr möglich, wenn der Betrieb

---

1) Zum Prinzip der Rückkopplung siehe u.a.:
Angermann,A.: Kybernetik und betriebliche Führungslehre, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis 1959, Heft 5,S. 260
Optner,St.L.: Systems Analysis for Business Management, Englewood Cliffs,N.J., 1960, S.63ff

2) Lesourne,J.: Unternehmensführung und Unternehmensforschung, München - Wien 1964, S.403

von einer stochastischen Absatzkurve bei seiner Planung ausgehen muß. Er kann jetzt nicht mehr zu Beginn des Planungszeitraums eine genaue Planungsentscheidung für alle Perioden treffen, sondern lediglich für die 1. Periode. Die genaue Produktionsentscheidung für die 2. Periode erfolgt erst, wenn die Information hinsichtlich des Lagerbestandes am Ende der 1. Periode vorliegt, der sich auf Grund der Produktionsentscheidung der 1. Periode und der in der 1. Periode aufgetretenen Nachfrage ergibt. Entsprechend erfolgen die Produktionsentscheidungen für die weiteren Perioden.

Knüpfen wir wieder an das Planungsproblem und das Lösungsmodell des deterministischen Falles an. Die Daten, die wir dem dortigen Modell zugrundelegten, wollen wir mit gewissen Änderungen (Produktionskapazitäten: $g_1 = 150$, $g_2 = 60$ Einheiten) auch hier beibehalten. Hinsichtlich der Nachfrage sei angenommen, daß in jeder Periode t eine Reihe von Nachfragemengen n_{ti} möglich sind. Für jede Periode ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Nachfrage (Verteilungsfunktion) $f(n_{ti})$ gegeben (siehe Tabelle 19). Der Vereinfachung wegen wollen wir auch weiterhin annehmen, daß zu Beginn des Planungszeitraums kein Lagerbestand vorhanden ist, $y_o = o$, und daß auch $y_6 = o$ sein soll. Wieweit das für y_6 der Fall sein wird, hängt weitgehend von der Nachfrage in der letzten Periode und von der betrieblichen Lieferpolitik ab. Je nachdem, ob der Betrieb eine 100%ige Belieferung der in jeder Periode auftretenden Nachfrage oder nur eine Befriedigung eines gewissen Prozentsatzes dieser Nachfrage anstrebt, so werden die Lagerbestände in den einzelnen Perioden unterschiedlich hoch zu halten sein. "Es braucht ... nicht ... unbedingt sinnvoll zu sein, die unbedingte Belieferung der in jeder Periode auftretenden Nachfrage zu gewährleisten, vor allem, wenn die Begrenzungs-

Periode 1		Periode 2		Periode 3		Periode 4		Periode 5		Periode 6	
n_1	$f(n_1)$	n_2	$f(n_2)$	n_3	$f(n_3)$	n_4	$f(n_4)$	n_5	$f(n_5)$	n_6	$f(n_6)$
90	0,1	50	0,1	60	0,1	120	0,1	190	0,1	210	0,1
100	0,2	60	0,3	70	0,3	130	0,2	200	0,2	220	0,2
110	0,4	70	0,4	80	0,3	140	0,5	210	0,4	230	0,5
120	0,2	80	0,1	90	0,2	150	0,1	220	0,2	240	0,1
130	0,1	90	0,1	100	0,1	160	0,1	230	0,1	250	0,1

Tabelle 19

werte der Verteilungsfunktion sehr weit vom Durchschnittswert entfernt liegen."[1] Wir wollen in unserer Untersuchung von einer 100%igen Nachfragebefriedigung ausgehen.

Die Frage, die sich uns jetzt wieder stellt, lautet: Welche Menge soll in jeder Periode produziert werden, damit eine 100%ige Nachfragebefriedigung erreicht wird und die relevanten Kosten während des Planungszeitraums ein Minimum werden?

Bei der Aufstellung des Produktionsplanes[2] muß berücksichtigt werden, daß der Lagerbestand zu Beginn jeder Periode und die während der Periode erzeugte Menge bei einer 100%igen Nachfragebefriedigung die maximale Nachfrage der betreffenden Periode decken muß[3], d.h.

$$y_{t-1} + x_t \geq n_{tmax} \qquad (95)$$

wobei x_t stets größer als Null sein muß. Es muß jedoch beachtet werden, daß die Produktion in jeder einzelnen Periode nicht die Produktionskapazität überschreitet. Für die einzelnen Perioden besteht daher folgende Beschränkung:

$$0 \leq x_t \leq 210 \qquad (96)$$

wobei $x_t = x_{t1} + x_{t2} = 150 + 60$ (97)

---

1) Elsner,K., a.a.O., S. 142

2) Zum folgenden siehe vor allem Shephard,R.W.: Dynamic Programming - Produktionsplanung zum Zwecke der Minimierung der Produktions- und Lagerkosten, in:Ablauf- und Planungsforschung, Bd.5, 1964, S.1 ff

3) n_{tmax} bedeutet den größtmöglichen Bedarf in der Periode t, den wir aus der Nachfrageverteilung entnehmen können. Bei der Aufstellung der Beschränkungsgleichung gehen wir vom höchstmöglichen Bedarf aus, bei der Kosten- und Transformationsgleichung von den Erwartungswerten (Mittelwerten).

Außerdem gilt die Transformationsbeziehung:

$$y_t = y_{t-1} + x_t - \sum_{0}^{\infty} n_t \cdot f(n_t) \qquad (98)$$

Die Kostenfunktion K für den Planungszeitraum setzt sich zusammen aus den Produktionskosten K_p und den Lagerkosten K_l. Für die Produktionskosten ergibt sich:

$$f(x) = 13x \qquad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 160 \qquad (99)$$

$$= 13 \cdot 160 + 20 \cdot (x-160) \qquad \text{für} \quad 160 \leq x \leq 210 \qquad (100)$$

Die Lagerkosten betragen für eine beliebige Periode t:

$$2 \cdot \frac{y_{t-1} + y_t}{2} \qquad (101)$$

so daß die Kostengleichung für den gesamten Planungszeitraum folgendermaßen lautet:

$$K = \sum_{t=1}^{6} f(x_t) + 2 \sum_{t=1}^{6} \frac{y_{t-1} + y_t}{2} \qquad (102)$$

Gesucht werden wieder die Werte von $x_1, \ldots . x_6$, für die der obige Kostenausdruck ein Minimum wird. Es kommen jedoch nur solche Werte in Frage, die den Nebenbedingungen (95) und (96) genügen.

Unter Zugrundelegung des Zahlenbeispiels wollen wir das Planungsproblem mit Hilfe der Dynamischen Programmierung lösen. "The natural formalism for setting up dynamic models in a form for numerical computations is dynamic programming."[1] Bei der Lösung des Problems mit Hilfe der Dynamischen Programmierung beginnt man mit der zeitlich letzten Stufe und erhält die Lösung,

---

1) Hadley,G. - Whitin,T.M., a.a.O., S.323

"indem man mit Hilfe einer rekursiven Berechnung die Produktionsperioden in die Vergangenheit zurückverfolgt."[1)]

Die Produktionsplanung der 6. Periode beginnt mit einem Lagerbestand y_5, der aus der 5. Periode übernommen wird. Y_5 ist eine Erwartungsgröße und ergibt sich aus der obigen Beziehung (98). Y_6 soll nach unserer Voraussetzung Null werden. Infolgedessen können wir die Beschränkung (95) als Gleichung schreiben:[2)]

$$y_5 + x_6 = n_{6max}, \text{ d.h. } y_5 + x_6 = 250 \qquad (103)$$

Da für x_6 gilt:

$$0 \leq x_6 \leq 210, \qquad (104)$$

so muß y_5 mindestens 40 Einheiten zu Beginn der 6.Periode betragen, wenn eine 100%ige Nachfragebefriedigung in der 6. Periode erzielt werden soll. Der Lagerbestand y_5 darf jedoch andererseits nicht mehr als 250 Einheiten betragen, da sonst die obige Beschränkung nicht erfüllt wäre, es sei denn, es träten negative x_6-Werte auf, was ebenfalls durch die Bedingung (96) ausgeschlossen ist und außerdem wirtschaftlicher Nonsense wäre. Für y_5 erhalten wir demnach folgenden Bereich:

$$40 \leq y_5 \leq 250, \qquad (105)$$

---

1) Shephard,R.W.: Dynamic Programming - Produktionsplanung zum Zwecke der Minimierung der Produktions- und Lagerkosten, in: Ablauf- und Planungsforschung, Bd.5, 1964, S.7

2) Die Beschränkung gewährleistet eine sichere Belieferung des auftretenden Höchstbedarfs und damit eine 100%ige Nachfragebefriedigung, wie sie die angenommene Lieferpolitik vorsieht.

in dem der Lagerbestand zu Beginn der 6. Periode liegen darf. Da wir jedoch davon ausgehen können, daß in der 6. Periode die reguläre Produktion aufrechterhalten und zur Nachfragebefriedigung herangezogen wird, weil es billiger ist, die Nachfrage aus der laufenden Produktion zu decken als aus der Produktion der Vorperioden, so wird ein Lagerbestand nur in der Höhe benötigt, die über die reguläre Produktion hinausgeht, d.h. $y_{5max} = 250 - 160 = 90$. Ungleichung (105) reduziert sich damit auf

$$40 \leq y_5 \leq 90 \tag{106}$$

Die Kostenfunktion für die 6. Periode lautet:

$$K(y_5, x_6) = f(x_6) + 2\,\frac{y_5 + y_6}{2} \tag{107}$$

Da für y_6 die Transformationsbeziehung (98) gilt, d.h.

$$y_6 = y_5 + x_6 - \sum_{0}^{\infty} n_6 f(n_6) \tag{108}$$

so erhalten wir als Kostenfunktion der letzten Periode:

$$K(y_5, x_6) = f(x_6) + 2y_5 + x_6 - \sum_{0}^{\infty} n_6 f(n_6) \tag{109}$$

Die Frage, die sich jetzt ergibt und die sich uns zu Beginn jeder Periode, entsprechend variiert, wieder stellen wird, lautet: Welches ist die kostengünstigste Menge, die in der 6. Periode produziert werden soll, wenn y_5 zu Beginn der 6. Periode gegeben ist?

Um die Frage beantworten zu können, müssen wir das Kostenminimum der obigen Funktion bestimmen, was wir mit Hilfe einer Tabellierung der Funktion tun wollen.

Für jeden Wert von y_5, der der Bedingung (106) genügt und somit ein zulässiges Lager zu Beginn der 6. Periode darstellt, berechnen wir eine Tabelle, die die Kosten der 6. Periode für verschiedene Werte von x_6 wiedergibt, die der Bedingung (104) genügen. Dann ist es möglich, für jeden Wert von y_5 den Wert von x_6 auszuwählen, der die geringsten Kosten verursacht. Diese Wahlmöglichkeit haben wir in unserem Fall für die 6. Periode nicht, da statt der Ungleichung $y_5 + x_6 > n_{6max}$ die Gleichung $y_5 + x_6 = n_{6max}$ gilt. Daher gibt es für jeden Wert von y_5 nur einen Wert x_6. Die Berechnung erfolgt in Tabelle 20.[1)]

y_5	x_6	$f_1(y_5)$
40	210	3140
50	200	2950
60	190	2760
70	180	2570
80	170	2380
90	160	2190
100	150	2070
110	140	1950
120	130	1830
130	120	1710

Tabelle 20

1) Bei der Berechnung der folgenden Tabellen haben wir für die Lagerbestände y_t nicht die Werte als Höchstwerte genommen, die sich aus den Beschränkungsgleichungen hinsichtlich der Lagerbestände zu Beginn der einzelnen Perioden ergeben, sondern als mögliche Lagerhöchstwerte haben wir um 40 Einheiten größere Höchstbestände zugrundegelegt. Diese Werte ergeben sich immer dann, wenn nicht die maximal mögliche Nachfrage in den einzelnen Perioden auftritt, sondern die minimal mögliche Nachfrage. Für die 6. Periode haben wir beispielsweise nicht den Bereich 40 bis 90 Einheiten für y_5 berechnet, sondern den Bereich 40 bis 130.

Die Werte in der 3. Spalte der Tabelle ergeben die einstufige Minimumfunktion der 6. Periode:

$$f_1(y_5) = \min_{x_6}\left[f(x_6)+2y_5 + x_6 - \sum_{o}^{\infty} n_6 f(n_6)\right] \qquad (110)$$

Sie gibt für jeden beliebigen Wert von y_5 das Minimum von $K(y_5,x_6)$ wieder, wobei $\min_{x_6}$ das Minimum in bezug auf die Werte der Produktion während der 6. Periode bedeutet. Die Abhängigkeit dieses Minimums vom Lagerbestand y_5 zu Beginn der 6. Periode wird dadurch angezeigt, daß es als eine Funktion von y_5 ausgedrückt wird.[1)]

Der nächste Schritt, der bei der Aufstellung des Produktionsplanes getan werden muß, besteht darin, die 5. Periode in die Berechnung mit einzubeziehen und den Optimalplan für die letzten beiden Perioden zu bestimmen. Dabei gehen wir wieder von einem Lagerbestand y_4 zu Beginn der 5. Periode aus. Y_4 stellt eine Erwartungsgröße dar und muß einen Wert haben, der in Einklang mit dem bis zum Ende des Planungszeitraums zu deckenden Bedarf unter Zugrundelegung einer 100%igen Nachfragebefriedigung stehen muß.

Der kleinste zulässige Wert für y_4 beträgt 60 Einheiten, wenn eine 100%ige Nachfragebefriedigung in der 5. und 6. Periode erreicht werden soll, während der größte sinnvolle Wert gleich 160 ist, wenn der Lagerbestand am Ende der 6. Periode gleich Null sein soll und wir davon ausgehen, daß die reguläre Produktion in der 5. und 6. Periode durchgeführt wird. Damit ist y_4 beschränkt auf:

$$60 \leq y_4 \leq 160 \qquad (111)$$

---

1) Siehe Shephard,R.W., a.a.O., S.9

Hinsichtlich x_5 ergibt sich folgendes: Da y_5 der Beschränkung (106) genügen muß und y_5 gemäß der Transformationsbeziehung

$$y_5 = y_4 + x_5 - n_{5max} \text{ ist, so folgt daraus}$$

$$40 \leq y_4 + x_5 - 230 \leq 90 \quad \text{und damit für } x_5$$

$$270 - y_4 \leq x_5 \leq 320 - y_4 \tag{112}$$

Außerdem muß die Bedingung

$$0 \leq x_5 \leq 210 \tag{113}$$

erfüllt sein. Die Beschränkungen hinsichtlich der Größe x_5 lassen sich dann folgendermaßen zusammenfassen:

$$\left(270 \overset{o}{-} y_4\right) \leq x_5 \leq \left(320 \overset{210}{-} y_4\right) \tag{114}$$

Für die Bestimmung des optimalen Produktionsplanes der letzten beiden Perioden benötigen wir wieder die Produktions- und Lagerkosten dieser beiden Perioden. Für die 5. Periode betragen sie:

$$f(x_5) + 2y_4 + x_5 - \sum_{o}^{\infty} n_5 f(n_5) \tag{115}$$

Um den Optimalplan für die letzten beiden Perioden zu erreichen, muß gefordert werden, daß für jeden sich aus einer beliebigen Produktion x_5 zu Beginn der 6. Periode ergebenden Lagerbestand y_5 der optimale Produktionsplan für die 6. Periode verwirklicht wird, dessen Kosten sich aus Gleichung (11o) ergeben. Die gesamten Kosten für die 5. und 6. Periode betragen dann:

$$f(x_5)+2y_4 + x_5 - \sum_{0}^{\infty} n_5 \cdot f(n_5) + f_1(y_5) \qquad (116)$$

Ersetzt man y_5 gemäß der Transformationsbeziehung (98) durch

$$y_5 = y_4 + x_5 - \sum_{0}^{\infty} n_5 \; f(n_5), \qquad (117)$$

dann ist es möglich, die gesamten Kosten für die letzten beiden Perioden in alleiniger Abhängigkeit vom Lagerbestand am Anfang der 5. Periode und der Produktion während der 5. Periode auszudrücken,[1] d.h. von y_4 und x_5. Wir erhalten dann die Kostenfunktion in folgender Fassung:

$$K(y_4,x_5) = f(x_5) + 2y_4 + x_5 - \sum_{0}^{\infty} n_5 f(n_5) + f_1\left[y_4 + x_5 - \sum_{0}^{\infty} n_5 \; f(n_5)\right] \qquad (118)$$

Für die zulässigen Werte von y_4 und x_5 berechnen wir wieder eine Tabelle (Tabelle 21) der Werte von $K(y_4, x_5)$, d.h. wir tabellieren die obige Kostenfunktion. Bei der Berechnung geht man so vor, daß man zu den Kosten der 5. Periode den kostenminimalen Wert der letzten Periode für ein bestimmtes y_5 addiert. Man findet diesen Wert in der Tabelle 2o.

Wie bereits bei der Behandlung des Optimalplanes der 6. Periode bezeichnen wir mit $f_2(y_4)$ die Minimalkosten der letzten beiden Perioden:

$$f_2(y_4) = \min_{x_5}\left[f(x_5) + 2y_4 + x_5 - \sum_{0}^{\infty} n_5 \cdot f(n_5)\right] \qquad (119)$$

Sie gibt für jeden wert von y_4 das Minimum der Funktion $K(y_4, x_5)$ wieder. In der Tabelle 21 bilden die mit einem Stern versehenen Werte die Minimumfunktion $f_2(y_4)$.

---

1) Siehe hierzu Shepard,R.W., a.a.O., S.1o

y \ x	21o	20o	19o	18o	17o	16o	15o	14o	13o	12o	11o	9o	8o	7o	6o	5o	4o	3o	2o	1o	o
6o	596o*																				
7o	579o	577o*																			
8o	562o	560o	558o*																		
9o	545o	543o	541o	539o*																	
1oo	535o	526o	524o	522o	52oo*																
11o	525o	516o	5o7o	5o5o	5o3o	5o1o*															
12o		5o6o	497o	488o	486o	484o*	489o														
13o			487o	478o	469o	467o*	472o	477o													
14o				468o	459o	45oo*	455o	46oo	465o												
15o					449o	44oo	438o*	443o	448o	453o											
16o						43oo	428o	426o*	431o	436o	441o										
17o							418o	416o	414o*	419o	424o	429o									
18o								4o6o	4o4o	4o2o*	4o7o	412o	417o								
19o									394o	392o	39oo*	395o	4ooo	4o5o							
2oo										382o	38oo	378o*	383o	388o	393o						

Tabelle 21

Als weitere Schritte bei der Aufstellung des optimalen Produktionsplanes für den 6-Perioden-Planungszeitraum schließen sich die Berechnungen der jeweiligen Optimalpläne für die drei, vier, fünf letzten Perioden an, um schließlich den Plan für alle 6 Perioden berechnen zu können. Wir gehen dabei genau so vor, wie bei den zwei bisher untersuchten Perioden und gebrauchen die gleichen Argumente wie dort.

Für die Berechnung des Produktionsplanes der letzten drei Perioden schreiben wir wieder die Gesamtkosten für diesen Zeitraum in alleiniger Abhängigkeit vom Lagerbestand y_3 zu Beginn der 4. Periode und der Produktion x_4 während der 4. Periode:

$$K(y_3,x_4) = f(x_4) + 2y_3 + x_4 - \sum_{0}^{\infty} n_4 \, f(n_4) + f_2\left[y_3 + x_4 - \sum_{0}^{\infty} n_4 \, f(n_4)\right] \qquad (120)$$

Die Größen y_3 und x_4 unterliegen dabei folgenden Beschränkungen:

$$10 \leq y_3 \leq 160 \qquad (121)$$

Für x_4 ergibt sich, da y_4 der Bedingung (111) in der Periode 5 genügen muß und für y_4 die Beziehung $y_4 = y_3 + x_4 - 160$ besteht, folgende Beschränkung:[1)]

$$\left(220 \overset{0}{-} y_3\right) \leq x_4 \leq \left(320 \overset{210}{-} y_3\right) \qquad (122)$$

Für diese zulässigen Werte von y_3 und x_4 tabelliert man wieder die Funktion $K(y_3,x_4)$ und ermittelt mit Hilfe dieser Funktion die Minimalkosten $f_3(y_3)$ der letzten drei Perioden, welche jedem Wert y_3 des Lagerbestandes zu Beginn der 4. Periode entsprechen. Damit

---

1) $60 \leq y_3 + x_4 - 160 \leq 160$

y_3 \ x_4	21e	20e	19e	18e	17e	16e	15e	14e	13e	12e	11e	10e	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1e	e
1e	875e*																					
2e	858e	856e*																				
3e	841e	839e	837e*																			
4e	824e	822e	820e	818e*																		
5e	809e	805e	803e	801e	799e*																	
6e	794e	790e	786e	784e	782e	780e*																
7e	779e	775e	771e	767e	765e	763e*	760e															
8e	769e	766e	756e	752e	748e	746e*	751e	756e														
9e	759e	750e	741e	737e	733e	729e*	734e	739e	744e													
10e	749e	744e	731e	722e	718e	714e*	717e	722e	727e	732e												
11e	739e	730e	721e	712e	703e	699e*	702e	705e	710e	715e	720e											
12e		726e	711e	702e	693e	684e*	687e	690e	693e	698e	713e	718e										
13e			701e	692e	683e	674e	672e*	675e	678e	681e	686e	691e	696e									
14e				682e	673e	664e	662e	660e*	663e	666e	669e	674e	679e	684e								
15e					663e	654e	652e	650e	648e*	651e	654e	657e	662e	667e	672e							
16e						644e	642e	640e	638e	636e*	639e	642e	645e	650e	655e	660e						
17e							632e	630e	628e	626e	624e*	627e	630e	633e	638e	643e	648e					
18e								620e	618e	616e	614e	612e*	615e	618e	621e	626e	631e	636e				
19e									608e	606e	604e	602e	600e*	603e	606e	609e	614e	619e	624e			
20e										596e	594e	592e	590e	588e*	591e	594e	597e	602e	607e	612e		

Tabelle 22

ist es möglich, für jeden zulässigen Wert von y_3 den optimalen Produktionsplan für die 3 letzten Perioden zu bestimmen. (Siehe Tabelle 22)

Für die letzten 4 Perioden lautet die Kostenfunktion

$$K(y_2,x_3) = f(x_3) + 2y_2 + x_3 - \sum_{0}^{\infty} n_3 f(n_3) + f_3\left[y_2 + x_3 - \sum_{0}^{\infty} n_3 f(n_3)\right] \qquad (123)$$

Diese Funktion wird wieder in dem zulässigen Lösungsbereich für y_2 und x_3 tabelliert:

$$0 \leq y_2 \leq 100 \qquad (124)$$

$$\left(\begin{matrix} 0 \\ 110 - y_2 \end{matrix}\right) \leq x_3 \leq \left(\begin{matrix} 210 \\ 260 - y_2 \end{matrix}\right) \qquad (125)$$

Die mit einem Stern gekennzeichneten Werte in der Tabelle 23 ergeben die Minimalkostenfunktion $f_4(y_2)$.

Die Minimalkostenfunktion der 5 letzten Perioden erhält man aus Tabelle 24 für die folgenden Bereiche von y_1 und x_2:

$$0 \leq y_1 \leq 30 \qquad (126)$$

$$\left(\begin{matrix} 0 \\ 90 - y_1 \end{matrix}\right) \leq x_2 \leq \left(\begin{matrix} 210 \\ 190 - y_1 \end{matrix}\right) \qquad (127)$$

Als letzter Schritt erfolgt die Berechnung des Produktionsplanes für alle 6 Perioden des Planungszeitraums. Dazu benötigen wir die Kosten für die Produktion und Lagerhaltung während des Planungszeitraums in alleiniger Abhängigkeit vom Anfangslager y_0 und der Produktion x_1 während der 1. Periode:

x_2 \ x_3	21e	20e	19e	18e	17e	16e	15e	14e	13e	12e	11e	10e	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1e	e
e	993e	984e	978e	972e	966e	962e*	965e	968e	973e	978e	983e											
1e	983e	974e	965e	959e	953e	947e*	950e	953e	956e	961e	966e	971e										
2e	973e	964e	955e	946e	940e	934e*	935e	938e	941e	944e	949e	954e	959e									
3e	963e	954e	945e	936e	927e	921e*	922e	923e	926e	929e	932e	937e	942e	947e								
4e	953e	944e	935e	926e	917e	908e*	909e	910e	911e	914e	917e	920e	925e	930e	935e							
5e	943e	934e	925e	916e	907e	898e	896e*	897e	898e	899e	902e	905e	908e	913e	918e	923e						
6e		924e	915e	906e	897e	888e	886e	884e*	885e	886e	887e	890e	893e	896e	901e	906e	911e					
7e			905e	896e	887e	878e	876e	874e	872e*	873e	874e	875e	878e	881e	884e	889e	984e	999e				
8e				886e	877e	868e	866e	864e	862e	860e*	861e	862e	863e	866e	869e	872e	877e	882e	887e			
9e					867e	858e	856e	854e	852e	850e	848e*	849e	850e	851e	854e	857e	860e	865e	870e	875e		
10e						848e	846e	844e	842e	840e	838e	836e*	837e	838e	839e	842e	845e	848e	853e	858e	863e	
11e							836e	834e	832e	830e	828e	826e	824e*	825e	826e	827e	830e	833e	836e	841e	846e	851e
12e								824e	822e	820e	818e	816e	814e	812e*	813e	814e	815e	818e	821e	824e	829e	834e
13e									812e	810e	808e	806e	804e	802e	800e*	801e	802e	803e	806e	809e	812e	817e
14e										800e	798e	796e	794e	792e	790e	788e*	789e	790e	791e	794e	797e	800e

Tabelle 23

$$K(y_o,x_1) = f(x_1) + 2y_o + x_1 - \sum_o^\infty n_1 \cdot f(n_1)$$
$$+ f_1\left[y_o + x_1 - \sum_o^\infty n_1 \cdot f(n_1)\right] \qquad (128)$$

Da wir $y_o = o$ angenommen haben, so benötigen wir nur einen Beschränkungsbereich für x_1, in dem die Produktion x_1 liegen muß. Da für das Endlager y_1 der 1. Periode die Beschränkung $o \leq y_1 \leq 3o$ gilt und die Beziehung $y_1 = y_o + x_1 - 13o$ besteht, so folgt daraus

$$o \leq y_o + x_1 - 13o \leq 3o \qquad (129)$$

und für x_1:

$$13o - y_o \leq x_1 \leq 16o - y_o \qquad (130)$$

Da $y_o = o$ angenommen wurde, so ist die Produktion in der 1. Periode beschränkt auf

$$13o \leq x_1 \leq 16o \qquad (131)$$

Für diesen Fall ist die Tabelle der Werte von $K(y_o,x_1)$ besonders einfach, da man nur eine Tabellierung für einen y_o -wert vorzunehmen braucht. Das Minimum der erwarteten Kosten für die Produktion und Lagerhaltung über den gesamten Planungszeitraum liegt bei $x_1 = 13o$, dem kleinsten Wert für x_1, der der Beschränkung (131) genügt. (Siehe Tabelle 25)

Durch das Kostenminimum wird die optimale Menge bestimmt, die während der 1. Periode zu produzieren ist. Von dieser Menge werden in der 1. Periode im Durchschnitt $\sum_o^\infty n_1 \, f(n_1) = 11o$ Einheiten für die Nachfragebefriedigung gebraucht, so daß sich für das Ende der 1. Periode ein Lagerbestand y_1 von 2o Einheiten ergibt,

y_1 \ z_2	21e	2oo	19e	18e	17e	16e	15e	14o	13e	12e	11e	1oe	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1e	e
e			1e92e	1e83e	1e74e	1e65e	1e63e	1e61e	1e59e	1e57e	1e55e	1e54e	1e53e*									
1e				1e73e	1e64e	1e55e	1e53e	1e51e	1e49e	1e47e	1e45e	1e43e	1e42e	1e41e*								
2e					1e54e	1e45e	1e43e	1e41e	1e39e	1e37e	1e35e	1e33e	1e31e	1e3oe	1e29e*							
3e						1e35e	1e33e	1e31e	1e29e	1e27e	1e25e	1e23e	1e21e	1e19e	1e18e	1e17e*						
4e							1e23e	1e21e	1e19e	1e17e	1e15e	1e13e	1e11e	1oe9e	1oe7e	1oe6e	1oe5e*					
5e								1e11e	1oe9e	1oe7e	1oe5e	1oe3e	1oe1e	999e	997e	995e	994e	993e*				
6e									999e	997e	995e	993e	991e	989e	987e	985e	983e	982e	981e*			
7e										987e	985e	983e	981e	979e	977e	975e	973e	971e	97oe*			

Tabelle 24

y_e \ x_1	21e	2oo	19e	18e	17e	16e	15e	14e	13e	12e	11e	1oe	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1e	e
						12o6e	12o4e	12o2e	12ooe*													

Tabelle 25

der als Anfangslagerbestand in die 2. Periode übernommen wird. Wie wir aus Tabelle 24 entnehmen, beträgt dann in der 2. Periode die optimale Produktion 70 Einheiten. Unterstellen wir in jeder Periode das Eintreten der durchschnittlichen Nachfrage, dann erhalten wir folgende Produktionsverteilung während der 6 Perioden (siehe Tabelle 26).

Periode	Produktion d.Periode	Durchschn. Nachf.d.P.	Lagerbest. a.E.d.P.
1	13o	11o	2o
2	7o	7o	2o
3	16o	8o	1oo
4	16o	14o	12o
5	16o	21o	7o
6	18o	23o	2o

Tabelle[1] 26

Es ist jedoch möglich, daß die tatsächliche Nachfrage vom Durchschnitt abweicht und in der 1. Periode beispielsweise 9o Einheiten statt 11o nachgefragt werden. Es würde sich dann ein Lagerbestand von 4O Einheiten am Ende der 1. Periode ergeben. Man geht jetzt in der 2. Periode nicht vom Durchschnittswert, sondern von der realisierten Nachfragevariablen der Vorperiode bei der Bestimmung der optimalen Produktionsmenge für die restlichen Perioden aus.[2] Da der Lagerbestand zu Beginn der 2. Periode nun 4o Einheiten beträgt, so beziffert sich die optimale Produktion auf 5o statt 7o

1) Der Lagerbestand am Ende der 6. Periode in Höhe von 2o Einheiten ergibt sich als Differenz zwischen der durchschnittlichen und der maximal möglichen Nachfrage. Er ist bedingt durch die angestrebte 1oo%ige Nachfragebefriedigung.
2) Siehe Elsner,K., a.a.O., S.132

Einheiten.

Das eben für die ersten beiden Perioden Gesagte gilt entsprechend für alle anderen Perioden auch. Würde in unserem Beispiel in jeder Periode die minimal mögliche Nachfrage auftreten, dann ergäbe sich eine Produktionsverteilung, wie sie aus der Tabelle 27 ersichtlich ist.

Periode	Produktion d.Periode	Minimale Nachf.d.P.	Lagerbest. a.E.d.P.
1	13o	9o	4o
2	5o	5o	4o
3	16o	6o	14o
4	14o	12o	16o
5	14o	19o	11o
6	14o	21o	4o

Tabelle 27

Im anderen extremen Fall, d.h. bei Auftreten der maximal möglichen Nachfrage in jeder Periode, ergäbe sich eine Produktionsverteilung, wie sie in Tabelle 28 dargestellt ist. Im Normalfall wird die tatsächliche Nachfrage zwischen den beiden Extremen liegen und zu einer Produktionsverteilung führen, die zwischen den beiden extremen Verteilungen liegt.

Der Betrieb hat stets die Möglichkeit, für jede gegebene Lagersituation zu Beginn der einzelnen Perioden die optimale Produktion für den Rest des Planungszeitraums auszuwählen. Die Verwendung der Dynamischen Programmierung bei der Produktionsplanung bei unsicherer Nachfrage ermöglicht es dem Betrieb, den Unsicherheiten in der Nachfrage durch entsprechende Produktionsanpassung adäquat zu begegnen.

Periode	Produktion d. Periode	Maximale Nachf.d.P.	Lagerbest. a.E.d.P.
1	130	130	0
2	90	90	0
3	160	100	60
4	160	120	100
5	170	230	40
6	210	250	0

Tabelle 28

Die Produktionsanpassung mit Hilfe von Neueinstellung und Entlassung von Arbeitskräften, wie wir sie für den Fall der sicheren Nachfrage behandelt haben, kann für die unsichere Nachfrage ebenfalls mit Hilfe der Dynamischen Programmierung gelöst werden. Doch ist der Rechenaufwand wesentlich größer als bei der Anpassung mittels Überstundenproduktion, da für jede Periode nicht nur ein, sondern eine Reihe von Tableaus berechnet werden muß.[1)]

2) Interpretation der Produktionsplanung bei Ungewißheit

Im Gegensatz zur Produktionsplanung bei deterministischer Nachfrage hat die Produktionsplanung bei stochastischer Nachfrage, wenn sie als dynamisches Problem betrachtet wird, eine andere Interpretation zu erfahren. Während bei der Planung im ersteren Fall die während der einzelnen Perioden zu produzierenden Mengen zu Beginn des Planungszeitraums genau festgelegt werden, geschieht das bei der Planung bei stochasti-

1) Zur Lösungsmöglichkeit des Problems siehe Vazsonyi, A.: Scientific Programming in Business and Industry, New York 1958, S. 244 ff

scher Nachfrage nicht. Lediglich für die 1. Periode wird die bestmögliche Entscheidung zu Beginn des Planungszeitraums genau festgelegt. "The quantities of activities in the first stage are the only ones that can be determined in advance because those in the second and later stages depend on the outcome of random events."[1] Für die anderen Perioden werden lediglich Entscheidungsbereiche hinsichtlich der optimalen Produktionsentscheidungen in diesen Perioden bestimmt. Die Entscheidungsbereiche werden durch eine Reihe von Optimalwerten gekennzeichnet, die mit Hilfe der Dynamischen Programmierung berechnet worden und aus den Tableaus 21 bis 25 zu entnehmen sind. Diese Optimalwerte stellen die bestmöglichen Produktionsentscheidungen x_t in den einzelnen Perioden als Funktion $x(y_{t-1})$ des Lagerbestandes y_{t-1} zu Beginn der einzelnen Perioden dar. Die optimalen Produktionsentscheidungen x_{to} zu treffen, ist jedoch erst möglich, wenn y_{t-1} bekannt ist. Liegt diese Information vor, was zu Beginn einer Periode der Fall sein wird, "so ist mit einem Blick auf die Liste der Standardoptimalwerte ... die Bestlösung sofort zu finden. Man hat die Entscheidung auf diese Art programmiert."[2]

Nicht die einzelne Entscheidung als solche wird zu Beginn des Planungszeitraums genau festgelegt, sondern gleichsam ein "Entscheidungsbündel", aus dem dann zu Beginn der einzelnen Perioden eine Entscheidung ausge-

---

1) Dantzig,G.B.: Linear Programming under Uncertainty, Management Science, Vol.1, 1954/55, S.197
2) Gäfgen,G., a.a.O., S. 311

wählt wird[1], die sich danach richtet, welcher Zustand (state) erreicht worden ist[2], von dem die zu treffende Entscheidung zu Beginn der einzelnen Periode (stage) abhängig ist.[3] Durch die Erstentscheidung zu Beginn der 1. Periode und durch die tatsächlich aufgetretene Nachfrage in dieser Periode wird zu Ende der 1. Periode ein bestimmter Zustand (Lagerbestand) erreicht, der Ausgangspunkt der Entscheidung zu Beginn der 2. Periode ist usw. "After a stage has passed and a new state has occurred as a result of chance and our decision, we then consult the table of policies to determine the new decision. Such a process makes full use of the plethora of data generated by any dynamic programming calculation."[4]

Die Dynamische Programmierung erweist sich als besonders geeignet für die Lösung von Planungsproblemen obiger Art. Sie stellt die adäquate Methode für die sequentielle Planung bei Unsicherheit der Nachfrage dar und hat trotz des großen rechnerischen Aufwandes[5] auch einige Vorteile gegenüber anderen Verfahren auf-

---

1) Was man zu Beginn des Planungszeitraums zu bestimmen sucht, ist lediglich der Bereich der späteren möglichen Optimalentscheidungen und der Zusammenhang zwischen der möglichen Entscheidung und der zusätzlichen Information, über die man im Augenblick der definitiven Entscheidung verfügen wird. In dem Augenblick, in dem die zusätzliche Information vorhanden ist, die die Lagerbestandshöhe zu Beginn der einzelnen Periode betrifft, wird die mögliche Entscheidung zur eindeutigen Entscheidung.

2) In unserem Fall der Lagerbestand y.

3) Es handelt sich also nicht, wie beim deterministischen Fall um einen genau festgelegten Produktionsplan, sondern gleichsam um ein Bündel von Alternativplänen, die je nach den eingetretenen Bedingungen Anwendung finden.

4) Dreyfus,St.: Dynamic Programming, in: Progress in Operations Research, Vol.I, edited by R.L.Ackoff, Publications in OR No.5, S.222

5) Die rechnerische Durchführung ist jedoch elementar einfach. Mit Hilfe eines Elektronenrechners lassen sich die notwendigen Berechnungen in relativ kurzer Zeit durchführen.

zuweisen. So setzt sie keine bestimmte Form der Kostenfunktion voraus, die in der Praxis gewöhnlich auch komplizierter aussehen wird als die stückweise lineare Funktion unseres Beispiels, und läßt sich auch dort mit Erfolg anwenden, wo andere Methoden versagen. Besonders gut ist sie zur Lösung von Problemen zu verwenden, bei denen die Aufstellung eines Zeitplanes erforderlich ist.

3) Entscheidungsregeln und stochastische Absatzfunktion

Wir haben bei der Produktionsplanung unter Zugrundelegung einer stochastischen Absatzfunktion die Planungsentscheidungen zu Beginn des Planungszeitraums in Form von "Entscheidungsbündeln" bzw. "Entscheidungsbereichen" festgelegt, aus denen wir dann zu Beginn der einzelnen Perioden, wenn uns die Information über die Bestandshöhe des Anfangslagers vorlag, die für die Periode optimale Produktionsentscheidung auswählten. Wir konnten so vorgehen und die Entscheidungen der einzelnen Perioden bereits zu Beginn des Planungszeitraums gleichsam "programmieren", weil uns die Nachfrageverteilung für den gesamten Planungszeitraum gegeben war und die Annahme bestand, daß die Nachfrage in den einzelnen Perioden in den vorausgesagten Bereichen eintreten wird.

Man kann nun einen Schritt weiter gehen und die Annahme treffen, daß die Nachfrageverteilung nicht genau bekannt ist und vor allem nur einen Teil des Planungszeitraums betrifft und daß stets neue Informationen hinsichtlich der Nachfrage im Laufe der Perioden bzw. zu Beginn jeder Periode hinzukommen. "Die Kenntnis

des Absatzes in den vorhergehenden Perioden und externe Informationsquellen erlauben es ..., eine Vorhersage über die künftigen Perioden zu geben, d.h. die Wahrscheinlichkeitsverteilungen des künftigen Absatzes zu schätzen."[1)]

Nun ist es nicht mehr möglich, zu Beginn des Planungszeitraums den optimalen Entscheidungsbereich festzulegen. Man muß sich vielmehr mit der Festlegung (Ableitung) einer Entscheidungsregel (dispositive Regel) begnügen, mit deren Hilfe man zu Beginn der einzelnen Perioden die Produktion in Abhängigkeit vom Lagerbestand (oder allgemeiner: von der Vergangenheit) und der Nachfragevorhersage zu diesem Zeitpunkt bestimmt. "Die dispositive Regel zeigt nicht im Vorhinein die Werte, welche die taktischen Variablen (in unserem Fall die Produktion - d.Verf.) während einer zukünftigen Periode annehmen werden; diese hängen nämlich von Ereignissen ab, die sich in der Zwischenzeit zutragen werden. Mit anderen Worten: Die taktische Wahl wird in dem Maße eindeutig, in dem die Zukunft in die Vergangenheit übergeht. Das, was man a priori zu bestimmen sucht, ist nur das Band zwischen der taktischen Wahl und den zusätzlichen Informationen, über die man im Augenblick der definitiven Entscheidung verfügen wird."[2)] Liegen diese Informationen vor, dann werden mit Hilfe der Entscheidungsregel die optimalen Planungsrößen der kommenden Perioden an jedem Periodenanfang neu berechnet.

---

1) Lesourne,J., a.a.O., S.4o4
2) Ebenda, S.4o3

B. Produktionsplanung in Mehrproduktbetrieben

Während bisher das Produktions- und Lagerhaltungsproblem in Saisonbetrieben unter der Annahme erörtert wurde, daß nur ein Produkt erzeugt wird, soll die Untersuchung jetzt unter der Annahme weitergeführt werden, daß der Betrieb zwei oder mehr Produkte erzeugt. Hinsichtlich der Nachfrage wollen wir die Unterscheidung treffen, daß die Nachfrageschwankungen bei den einzelnen Produkten einmal parallel erfolgen und zum anderen Mal entgegengesetzt verlaufen, wodurch jeweils andere Planungsprobleme auftreten.

Das hinsichtlich der verschiedenen Anpassungsmöglichkeiten bei den Einproduktbetrieben Gesagte gilt auch für die Mehrproduktbetriebe, denen es ebenfalls möglich ist, "(1) to adjust the size of the work force by hiring and firing in exact conformity with the fluctuations in orders; (2) to adjust the production rate into conformity with orders by working overtime or "undertime" with a constant work force; and (3) to allow inventory and the backlog of orders to fluctuate while maintaining a constant production rate."[1] Für die Mehrproduktbetriebe wollen wir jedoch nicht, wie bei den Einproduktbetrieben, eine Untersuchung der einzelnen Alternativen durchführen, sondern uns lediglich ein Modell herausgreifen und an diesem die Veränderungen gegenüber den Einproduktbetrieben aufzeigen.

---

1) Holt,C.C. - Modigliani,F. - Simon,H.A., a.a.O., S. 4

I. Mehrproduktbetriebe mit parallelen saisonalen Absatzschwankungen bei den einzelnen Produkten

a) Das Planungsproblem in Mehrproduktbetrieben[1)]

Bei der ersten Gruppe von Mehrproduktbetrieben, die wir untersuchen wollen, handelt es sich um solche Betriebe, bei denen die zeitliche Verteilung des Absatzes bei den einzelnen Produkten den gleichen Verlauf aufweist. Die Absatzkurven der einzelnen Produkte verlaufen mehr oder weniger parallel, so daß die betriebliche Gesamtkurve die gleichen Schwankungen aufweist wie die Absatzkurven der einzelnen Produkte. (Siehe Abb. 12)

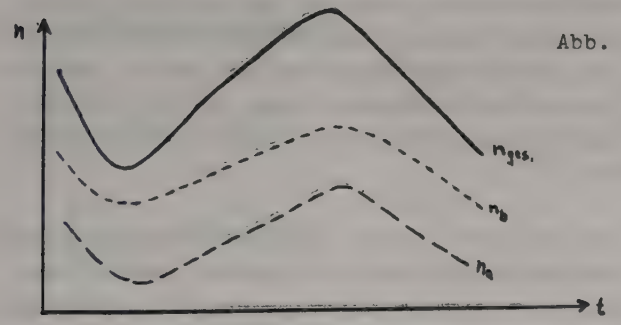


Abb. 12

Bestehen für die einzelnen Produkte jeweils getrennte Produktionskapazitäten und keinerlei Beziehungen zwischen den Produkten - der Mehrproduktbetrieb besteht gleichsam aus mehreren Einproduktbetrieben (Produktionsabteilungen) - so kann auch die Produktionsplanung für jedes Produkt getrennt erfolgen; es treten

---

1) Die Produktionsplanung in dem hier verstandenen Sinne beschäftigt sich mit dem Problem des zeitlichen Produktionsausgleichs. Es ist eine isolierte Betrachtung, bei der das Losgrößen-, Sortenwechsel- und Reihenfolgeproblem außer Acht gelassen wird.

dann die gleichen Probleme auf wie in Einproduktbetrieben.

Erfolgt die Produktion jedoch auf einer gemeinsamen Produktionsanlage, die die einzelnen Produkte zu teilen haben, dann ergeben sich Planungsprobleme, die recht verschieden von denen in Einproduktbetrieben sind, da gewisse Interdependenzen (interactions) zwischen den einzelnen Produkten bestehen. "These interactions often take the form of restrictions on the state variables of the whole system and may significantly complicate the mathematical treatment of the decision problem."[1)]

Die Frage, die sich uns nun stellt, lautet: Wie hat die Produktionsplanung hinsichtlich des zeitlichen Produktionsausgleichs in Mehrproduktbetrieben zu erfolgen und welche Änderungen ergeben sich in den Modellen für Einproduktbetriebe, wenn wir sie für die Lösung des Planungsproblems in Mehrproduktbetrieben erweitern?

Bei den Einproduktbetrieben ging es darum, eine saisonal schwankende Nachfrage zu minimalen Produktions- und Lagerkosten zu befriedigen, wobei der Anfangslagerbestand und die Produktion in den einzelnen Perioden stets größer (oder gleich) der Nachfrage dieser Perioden sein mußten. Bei den Mehrproduktbetrieben kommt es nun noch darauf an, die Produktionskapazität der einzelnen Perioden auf die einzelnen Produkte aufzuteilen.

---

1) Hanssmann,F., a.a.O., S.151

b) Ein Lösungsmodell

Wir wollen bei der Lösung des Planungsproblems an das Modell (45) anknüpfen, in dem wir die Überstunden- bzw. Mehrschichtenproduktion diskutiert haben. Erweitern wir dieses Modell entsprechend den Verhältnissen in einem Mehrproduktbetrieb mit n Produkten, dann lautet es folgendermaßen:

Minimiere

$$K = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{T} \sum_{j=1}^{n} c_{jk} \cdot x_{ijk} + \sum_{i=1}^{T-1} \sum_{j=1}^{n} d_j \cdot y_{ij} \qquad (132)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$y_{jt} = \sum_{k=1}^{3} X_{jkt} - N_{jt} \geq 0 \qquad (133)$$

$$y_{jT} = \sum_{k=1}^{3} X_{jkT} - N_{jT} = 0 \qquad (134)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \qquad (135)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{x_{ijk}}{G_{jk}} \leq 1 \qquad (136)$$

wobei $j = 1, 2, \ldots n$ die Anzahl der Produkte und G_{jk} die Kapazität des Produktes j in der k-ten Schicht

der einzelnen Perioden angibt.[1)]

Wir wollen uns hier mit der Formulierung des mathematischen Modells begnügen und auf eine Durchrechnung wegen der vielen Variablen verzichten.

II. Mehrproduktbetriebe mit entgegengesetzten saisonalen Absatzschwankungen bei den einzelnen Produkten

Während wir bei der bisherigen Betrachtung der Mehrproduktbetriebe davon ausgingen, daß für jedes der vom Betrieb hergestellten Produkte eine Nachfragekurve existierte, die mehr oder weniger den gleichen Verlauf aufwies wie die der anderen betrieblichen Produkte und sich somit eine Gesamtabsatzkurve für den Betrieb mit den gleichen Schwankungen wie bei den einzelnen Produkten ergab, wollen wir im folgenden Abschnitt die Annahme machen, daß die Absatzkurven der einzelnen Güter eines Mehrproduktbetriebes zwar auch Saisonschwankungen aufweisen, die Saisonschwankungen aber nicht mehr in die gleichen Zeitabschnitte fallen, sondern in verschiedene. Die Saisonschwankungen (Saisonhochs und -tiefs) treten bei den einzelnen Produkten jeweils zu

---

1) Eine andere Möglichkeit, das Problem quantitativ in Angriff zu nehmen und zu lösen, besteht in der Anwendung der Distributionsmethode, wie wir sie bereits für den Einproduktbetrieb eingesetzt haben (Modell 11) "The method can be readily extended to several products. Each product in each sales period becomes a separate destination. Sources would remain the same. Units of sales and production would, then, probably be given in hours or other time units, and the appropriate cost of production and storage of an hour's output would be used in the computation." Bowman,E.H., a.a.O., S.101f.

anderen Zeitpunkten auf. Lassen sich die verschiedenen Produkte in zwei Gruppen zusammenfassen und hat die eine Gruppe ihr Saisonhoch gerade zu der Zeit, während der die zweite Gruppe sich im Saisontief befindet (siehe Abb. 13), so handelt es sich hierbei um ein sogenanntes Kompensationssortiment. Jeder Artikel unterliegt zwar für sich betrachtet saisonalen Nachfrageschwankungen, die Zusammenfassung der Erzeugnisse zu einem Kompensationssortiment führt jedoch zu einer fast gleichmäßigen zeitlichen Verteilung des Gesamtabsatzvolumens. "Die Bezeichnung Kompensationssortiment bringt deutlich zum Ausdruck, daß das Absatz-(Fertigungs-)programm so zusammengestellt ist, daß die absatzschwache Zeit der einen Erzeugnisgattung durch die

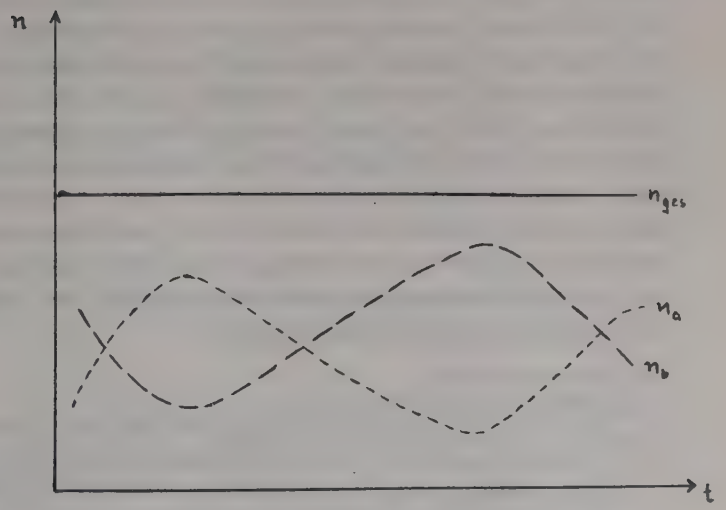


Abb. 13

absatzstarke Zeit einer anderen Erzeugnisart kompensiert wird."[1)2)]

Durch das Kompensationssortiment entstehen entscheidende Vorteile bei der Produktions- und Lagerhaltungsplanung, da für den Betrieb als solchen keine saisonale Absatzschwankungen existieren und er jetzt alle die Vorteile hat, die ein normaler Betrieb gegenüber einem Saisonbetrieb besitzt. Als die größten Vorteile sind die von vornherein gleichmäßige Beschäftigung und Auslastung der Kapazität anzusehen.

Jedoch ist die Möglichkeit für einen Betrieb, sich ein Kompensationssortiment (-programm) zu schaffen, d.h. Erzeugnisse mit entgegengesetzten Saisonschwankungen zu produzieren, davon abhängig, daß die Fertigung des Kompensationsgutes nach denselben oder ähnlichen technologischen Prinzipien erfolgt wie die des primären Gutes. "Denn nur dann, wenn im Fertigungsprozeß dieser und jener Erzeugnisart des Kompensationssortiments einheitliche Produktionsmittel, d.h. dieselbe technische Apparatur und dasselbe für bestimmte Arbeitsvorrichtungen geschulte Personal eingesetzt werden können, ist eine kostenmindernde Auslastung einer gegebenen Produktionsausstattung möglich."[3)]

---

1) Brunner,M., a.a.O., S.99
2) "Diese Gestaltung des Produktionsprogramms findet sich in vielen Industriezweigen, zum Beispiel in der Textilindustrie, die sehr stark Saisonschwankungen kennt. Auch in der pharmazeutischen Industrie gibt es Saisons. So werden zum Beispiel Mittel gegen Erkältungskrankheiten im Herbst und im Winter gekauft, Stärkungsmittel für Sport usw. vor allem im Sommer. In der Landmaschinenindustrie ist der Sommer (Spätsommer) die Hauptverkaufszeit für Erntemaschinen, dagegen werden die Bearbeitungsmaschinen vornehmlich im Winter und im Frühjahr abgesetzt." Gutenberg,E.: Grundlagen..., Bd.1, 11.Aufl., a.a.O., S. 154ff
3) Brunner,M., a.a.O., S.1o2

Das Problem des zeitlichen Produktionsausgleichs, wie es sonst in Saisonbetrieben auftritt, gibt es in einem Saisonbetrieb mit einem Kompensationssortiment nicht. Da der Betrieb das ganze Jahr über gleichmäßig beschäftigt ist, so existiert das Problem der Produktionsverlagerung aus absatzstarken in absatzschwache Perioden gar nicht. Die Produktion der einzelnen Produkte kann daher am kostengünstigsten synchron zu deren Absatzkurven erfolgen, da die entsprechende Produktionskapazität stets zur Verfügung steht; denn durch den Rückgang der Produktion bei der einen Gruppe werden Kapazitäten frei für die Produktion der Erzeugnisse der anderen Gruppe.

Verzeichnis der Symbole

a = Beschäftigungsänderungskosten (a_1 bei Produktionszunahme um eine Einheit, a_2 bei Produktionsabnahme um eine Einheit)

c = Produktionskosten je Stück (c_1 bei regulärer Produktionszeit, c_2 bei Überstundenproduktion)

d = Lagerkosten pro Stück je Periode

e_1 = Kosten je reguläre Arbeitsstunde

e_2 = Kosten je Überstunde

e_3 = Kosten je Feierstunde

e_4 = Kosten für jede neu hinzukommende Arbeitsstunde

e_5 = Kosten für jede reduzierte Arbeitsstunde

g = Produktionskapazität (G = Kapaz. d. ges. Pl.T)

h = Hilfsvariable

i = Periodenindex

j = "

k = Stückkosten

m = benötigte Produktionsstunden je Mengeneinheit

n = Nachfrage (N = Nachfrage d. Planungszeitr. T)

p), q) = Zeilen im Simplextableau

t = Periode (T = Planungszeitraum)

u = $\frac{a}{d}$ Kosten des Produktionsanstieges um eine Einheit im Verhältnis zu den Lagerkosten je Einheit während einer Periode

v = positive Veränderung der Beschäftigung (Prod.)

w = negative Veränderung der Beschäftigung

x = Produktionsmenge (x_1 = reguläre Produktion, x_2 = Überstundenproduktion)

y = Lagerbestand

z = Produktionsperiode

Siehe auch Seite 90

Anhang

Die Sensibilitätsanalyse

Die Empfindlichkeitsanalyse[1] (Sensibilitätsanalyse) unter Zuhilfenahme der parametrischen Programmierung untersucht die Empfindlichkeit der Zielfunktion hinsichtlich Veränderungen in den Parametern des Problems, wobei hier nur eine Veränderung beim Preisparameter (Kostenkoeffizienten der Zielfunktion) interessiert.

Die ersten, die sich mit dem Problem beschäftigten, waren Gass, Saaty und Manne[2]. Sie fanden heraus, daß in gewissen linearen Programmierungsproblemen, "the price coefficients are related by a one-parameter linear form, e.g. $c_j = d_j + f_j t$ with the parameter t varying over a certain finite (or infinite) range from, say, t_L to t_U. Obviously, the value of t importantly affects the optimality of a particular basis."[3][4]

---

1) Diese Ausführungen lehnen sich an die Arbeiten von Gass,S.I.: Linear Programming, a.a.O., S.1o9ff und Chung,A., a.a.O., S.175ff an und werden für die Optimalitätsanalyse S.94ff dieser Arbeit benötigt.

2) Manne,A.S.: Notes on Parametric Linear Programming, Rand Report P-468, The Rand Corporation, Santa Monica, Calif. 1953
Gass,S.I. - Saaty,T.L.: The Computational Algorithm for the Parametric Objective Function, in: Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 2, 1955
Gass,S.I. - Saaty,T.L.: Parametric Objective Function, Part II, Generalization, in: Operations Research, Vol. 3, 1955, S.395ff

3) Chung,A., a.a.O., S.178f

4) Die Bedeutung der hier verwendeten Symbole ist eine andere als die in der bisherigen Arbeit.

Mathematisch kann das Problem folgendermaßen formuliert werden: Ist $t_L \leq t \leq t_U$, wobei t_L eine kleine, endliche Zahl ist, so gilt es, für jeden t-Wert in diesem Bereich einen Vektor $X = (x_1, x_2, x_3 \ldots x_n)$ zu finden, der den Ausdruck

$$\sum_{j=1}^{n} (d_j + f_j t) \cdot x_j \qquad (I)$$

minimiert unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + b_i \qquad \begin{matrix} i = 1, \ldots\ldots m \\ j = 1, \ldots\ldots n \end{matrix} \qquad (II)$$

$$x_j \geq o \qquad (III)$$

wobei d_j, f_j, a_{ij} und b_i vorgegebene Konstanten mit bestimmten Werten sind.

Es wird angenommen, daß eine mögliche Basislösung (basis feasible solution) für (I) existiert. Durch Anwendung der Simplexmethode kann die optimale Lösung des Problems für $t = t_L$ bestimmt werden. Dabei gilt es jedoch folgendes zu beachten: Da die Preiskoeffizienten als lineare Funktion von t angenommen werden ($c_j = d_j + f_j t$), so ist der Ausdruck[1] $z_j - c_j$ ebenfalls eine lineare Funktion von t:

$$g_j + h_j t \qquad (IV)$$

wobei g_j und h_j zwei Koeffizienten sind, die jeweils getrennt im Simplextableau erfaßt werden. Da es sich bei unserem Problem um ein Minimumproblem für $t = t_L$

---

1) Hinsichtlich dieses Asudrucks siehe u.a. Saaty, Th.L.: Mathematical Methods of Operations Research, New York 1959, S.194,
Chung,A., a.a.O., S.179

handelt, so erhalten wir nach der Simplex-Methode eine bestimmte Optimallösung, bei der $g_j + h_j t_L \leq o$ ist.

Die Frage, die sich uns nun stellt, lautet: Für welchen Wert von t, der größer als t_L ist, wird der Ausdruck $g_j + h_j t$ zuerst positiv? Da g_j unverändert bleibt und t positiv ist, so kann der obige Ausdruck nur für positive Werte von h_j positiv werden.[1] Aus diesem Grunde interessieren uns nur alle $h_j > o$ bei der Ermittlung des Wertes für t_1, den wir nach folgender Beziehung aus dem obigen Ausdruck (IV) erhalten:[2]

$$t_1 = \underset{h_j > o}{\text{Minimum}} \left\{ - \frac{g_j}{h_j} \right\} = - \frac{g_k}{h_k} \qquad \text{(V)}$$

Der so ermittelte Wert gibt die obere Grenze der ersten optimalen Lösung an, d.h. die obere Grenze bis zu der diese Lösung optimal bleibt.

Mit Hilfe dieses Ausdrucks (V) läßt sich die Nichtbasisvariable x_k bestimmen, die nun nach den Rechenregeln der Simplexmethode in die Basis gebracht wird, worauf die neue Berechnung der optimalen Lösung für den Wert $t = t_1$ durchgeführt wird.[3] Mit Hilfe der obigen Formel läßt sich dann wieder der Bereich von t ermitteln, für den diese Lösung optimal bleibt. Durch die fortgesetzte Bestimmung der kritischen Werte von t können wir den ganzen Bereich von $t_L \leq t \leq t_U$ in die Segmente $t_L < t_1 < t_2 \ldots\ldots t_U$ aufteilen, für die jeweils eine optimale Lösung existiert. "Brief geometric considerations show that (1) the values of t (im Originaltext λ - d. Verf.) corresponding to a solution are either a point or a closed interval; (2) the number of intervals is finite; (3) two intervals meet in, at most, one point."[4]

---

1) Siehe hierzu auch Joksch, H.C., a.a.O., S.104
2) $t_1 = \infty$, wenn $h_j \leq o$
3) Siehe S.103 dieser Arbeit
4) Saaty, Th.L., Mathematical Methods.., a.a.O., S.194

Literaturverzeichnis

ABROMEIT, G.: Erzeugnisplanung und Produktionsprogramm im Lichte der Produktions-, Absatz- und Wettbewerbspolitik, Wiesbaden 1955

ACKOFF, R.L. (Editor): Progress in Operations Research, Vol. I, Publication in Operations Research No. 5, New York - London 1961

ADAM, D.: Simultane Ablauf- und Programmplanung bei Sortenfertigung mit ganzzahliger linearer Programmierung, ZfB, 1963, S. 233 - 245

AGTHE,K. - SCHNAUFER,E. (Herausgeber): Unternehmens-Planung, Baden-Baden 1963

ALFANDRY-ALEXANDER, M.: An Inquiry into some Models of Inventory Systems, Pittsburgh, 1962

AMMER, D.S.: Materials Management, Homewood, Ill., 1962

ANGERMANN, A.: Gleichgewichtskalkulation, Untersuchungen zur Maximalgewinnrechnung des Betriebes, Meisenheim 1952

ANGERMANN, A.: Kybernetik und betriebliche Führungslehre, BFuP, 1959, S. 257 - 267

ANGERMANN, A.: Industrielle Planungsrechnung, Bd. 1, Entscheidungsmodelle, Frankfurt, 1963

ANGERMANN, A.: Betriebsführung und Operations Research, Frankfurt 1963

ANLIKER, M.: Unternehmung und Saisonschwankungen, Diss. Zürich 1950

ANSHEN, M. - HOLT, C.C. - MODIGLIANI, F. - MUTH, J.F. - SIMON, H.A.: Mathematics for Production Scheduling, HBR, Vol.36, No. 2, S. 51 - 58

ANTOSIEWIEZ, H. - HOFFMAN, A.: A Remark on the Smoothing Problem, MS, Vol. 1, 1954/55, S. 92 - 95

ARROW, K.J. - HARRIS, Th. - MARSCHAK, J.: Optimal Inventory Policy, Exonometrica, Vol. 19, 1951, S. 250 - 272

ARNOFF, E.L. - SENGUPTA, S.S.: Mathematical Programming, in:Progress in Operations Research, edited by Ackoff,R.L., Publication in Operations Research No. 5, New York - London 1961

ARROW, K.J. - KARLIN, S. - SCARF, H.: Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production, Stanford 1958

BARISH, N.N.: Economic Analysis for Engineering and Managerial Decision-Making, New York - San Francisco - Toronto - London 1962

BECKMANN, M.J.: Lagerhaltung bei Unsicherheit, Ufo, Bd. 7, 1963, S. 9 - 26

BECKMANN, Martin J.: Lineare Planungsrechnung - Linear Programming, Ludwigshafen 1959

BECKMANN, Martin J.: Production Smoothing and Inventory Control, OR, Vol. 9, 1961, S. 456 - 467

BEER, St.: What has Cybernetics to do with Operational Research, ORQ, Vol. 10, 1959, S. 1-22

BELLMAN, R.: Dynamic Programming, Princeton, 1958

BELLMAN, R.: On the Theory of Dynamic Programming - A Warehousing Problem, MS, Vol. 2, 1955/56, S. 272 - 275

BELLMAN, R.: Dynamic Programming and the Smoothing Problem, MS, Vol. 3, 1956/57, S. 111 - 113

BELLMAN, R. - GLICKSBERG, J. - GROSS, O.: On the Optimal Inventory Equation, MS, Vol. 2, 1955/56, S. 83 - 104

BIEGEL, J.E.: Production Control - A Quantitative Approach, Englewood Cliffs, N.J., 1963

BISHOP, G.T.: On a Problem of Production Scheduling, OR, Vol. 5, 1957, S. 97 - 103

BOCK, R.H. - HOLSTEIN, W.K.: Production Planning and Control, Columbus, 1963

BOWMAN, E.H.: Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming. OR, Vol. 4, 1956, S. 100 - 103

BOWMAN, E.H.: The Schedule - Sequencing Problem, OR, Vol. 7, 1959, S. 621 - 624

BOWMAN, E.H. - FETTER, R.B.: Analysis for Production Management, Homewood 1961

BRENNAN, M.: A Model of Seasonal Inventories, Econometrica, Vol. 27, 1959, S. 228 - 244

BROWN, R.G.: Statistical Forecasting for Inventory Control, New York, 1959

BROWN, R.G.: Smoothing, Forecasting and Prediction, Englewood Cliffs, N.J., 1963

BRUNNER, M.: Planung in Saisonunternehmungen - zeitliche Abstimmung zwischen Fertigungs- und Absatzvolumen bei saisonalen Absatzschwankungen, Köln-Opladen, 1962

BUCHAN, J. - KOENIGSBERG, E.: Scientific Inventory Management, Englewood Cliffs, 1963

BÜRGIN, A.: Produktionsplanung und Kostenplanung, Zürich, 1962

BUFFA, E.S.: Models for Production and Operations Management, New York, 1963

CHARNES, A. - COOPER, W.W. - MELLON, B.: Cost Horizons and Certainty Equivalents: An Approach to Stochastic Programming of Heating Oil, MS, Vol. 4, 1957/58, S. 235 - 263

CHARNES, A. - COOPER, W.W. - MELLON, B.: A Model for Optimizing Production by Reference to Cost Surrogates, Econometrica, Vol. 23, 1955, S. 307 - 323

CHUNG, An-min: Linear Programming, Columbus, Ohio, 1963

CHURCHMAN, C.W. - ACKOFF, R.L. - ARNOFF, E.L.: Operations Research - Eine Einführung in die Unternehmensforschung, Wien - München 1961

COLEMAN, J.R. - SMIDT, S. - YORK, R.: Optimum Plant Design for Seasonal Production, MS, Vol 10, 1963/64, S. 778 - 785

DANØ, S.: Linear Programming in Industry, 2nd ed., Wien 1963

DANØ, S. - JENSEN, E.L.: Production and Inventory Planning in a Fluctuating Market, Metrika, Bd. 1, 1958, S. 28 - 40

DANTZIG, G.B.: On the Status of Multistage Linear Programming Problems, MS, Vol. 6, 1959/60, S. 53 - 72

DANTZIG, G.B.: Linear Programming under Uncertainty, MS, Vol. 1, 1954/55, S. 197 - 206

DANTZIG, G.B.: Upper Bounds, Secondary Constraints, and Block Triangularity in Linear Programming, Econometrica, Vol. 23, 1955, S. 174 - 183

DANTZIG, G.B. - JOHNSON, S.: A Production Smoothing Problem, in: ANTOSIEWIEZ, H.A. (Editor): Proceedings of the Second Symposium on Linear Programming, Washington, D.C., 1955

DINKELBACH, W.: Zum Problem der Produktionsplanung in Ein- und Mehrproduktunternehmen, Würzburg - Wien, 1964

Dobbie, J.M.: Forecasting Periodic Trends by Exponential Smoothing, OR, Vol.11, 1963, S.908-918

DREYFUS, S.E.: Computational Aspects of Dynamic Programming, OR, Vol. 5, 1957, S. 409 - 415

DREYFUS, S.E.: Dynamic Programming, in: Progress in Operations Research, Vol.I, edited by Ackoff, R.L., New York - London 1961

DVORETZKY, A. - KIEFER, J. - WOLFOWITZ, J.: The Inventory Problem: I. Case of known Distributions of Demand, II. Case of unknown Distributions of Demand, Econometrica, Vol. 20, 1952, S. 187 - 222 u. S. 450 - 466

DZIELINSKI, B.P. - BAKER, C.T. - MANNE, A.S.: Simulation Tests of Lot Size Programming, MS, Vol. 9, 1962/63, S. 229 - 258

EAGLE, A.R.: Distribution of Seasonal Inventory of the Hawaiian Pineapple Company, OR, Vol. 5, 1957, S. 382 - 396

EGERT, Ph.: Probleme des Produktionsausgleichs, Ufo, Bd. 5, 1961, S. 111 - 118

EILON, S.: Elements of Production Planning and Control, New York 1962

ELLINGER, Th.: Ablaufplanung, Stuttgart 1959

ELMAGHRABY, S.: A Note on Production Scheduling by the Use of the Transportation Method, OR, Vol. 5, 1957, S. 565 - 566

ELSNER, K.: Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren, Meisenheim, 1964

FELLER, W.: Probability Theory and its Application, Vol. 1, 2nd Edition, New York, 1957

FERGUSON, R.O. - SARGENT, L.F.: Linear Programming: Fundamentals and Applications, New York, 1958

FETTER, R.B. - DALLECK, W.C.: Decision Models for Inventory Management, Homewood, Ill., 1961

FINCK v. FINCKENSTEIN, H.W.: Saisonschwankungen, HdSW, Stuttgart - Tübingen - Göttingen, 1965,S.84/85

FORRESTER, J.W.: Industrial Dynamics, New York, 1961

FRATZ, E.: Absatzplanung, in: Unternehmensplanung, (Herausgeber: AGTHE, K. - SCHNAUFER, E.) Baden-Baden 1963

FÖRSTNER, K. - HENN, R.: Dynamische Produktionstheorie und Lineare Programmierung, Meisenheim, 1957

GÄFGEN, G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen 1963

GALLIHER, H.P. - MORSE, Ph. - SIMOND, M.: Dynamics of Two Classes of Continuous-Review Inventory Systems, OR, Vol. 7, 1959, S. 362 - 384

GARVIN, W.W.: Introduction to Linear Programming, New York - Toronto - London, 1960

GASS, S.I.: Linear Programming, New York, 1958

GASS, S.I. - SAATY, Th.L.: Parametric Objective Function (Part 1), JORSA, Vol. 2, 1954, S. 316 - 319

GASS, S.I. - SAATY, Th.L.: Parametric Objective Function (Part 2) - Generalisation, JORSA, Vol. 3, 1955, S. 395 - 401

GEIGER, E.: Die Produkt- und Mengenplanung im Serienfertigungsbetrieb, Zürich, 1961

GIFFLER, B. - THOMSON, G.L.: Algorithms for Solving Production Scheduling Problems, OR, Vol. 8, 1960, S. 487 - 503

GUTENBERG, E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1, Die Produktion, 11. Aufl., Berlin - Heidelberg - New York, 1966

GUTENBERG, E.: Planung im Betrieb, ZfB, 1952, S.669-684

HADLEY, G.: Linear Programming, 2nd Print., Reading, Mass. - Palo Alto - London, 1963

HADLEY, G. - WHITIN, T.M.: Analysis of Inventory Systems, Englewood Cliffs, 1963

HADLEY, G. - WHITIN, T.M.: An Optimal Final Inventory Model, MS, Vol. 7, 1960/61, S. 179 - 183

HANSSMANN, F.: Operations Research in Production and Inventory Control, New York, 1962

HANSSMANN, F.: A Survey of Inventory Theory from the Operations Research Viewpoint, in: Ackoff, R.L.(Editor): Progress in Operations Research, Vol.I., New York - London 1961

HAX, K.: Stand und Aufgaben der Betriebswirtschaftslehre in der Gegenwart, ZfhF, 1956, S. 133-149

HEINEN, E.: Anpassungsprozesse und ihre kostenmäßigen Konsequenzen, Köln-Opladen, 1957

HEINEN, E.: Anpassungsprozesse im Kokereibetrieb unter besonderer Berücksichtigung der quantitativen und intensitätsmäßigen Anpassung, ZfhF, 1955, S. 106 - 137

HERTZ, D.B. - SCHAFFIR, K.H.: A Forecasting Method for Management of Seasonal Style-Goods Inventory, OR, Vol. 8, 1960, S. 45 - 52

HOFFMAN, A.J. - JACOBS, W.: Smooth Patterns of Production, MS, Vol. 1, 1954/55, S. 86 - 91

HOLT, C.C. - MODIGLIANI, F. - MUTH, J.F. - SIMON, H.A.: Planning Production, Inventories and Work Force, Englewood Cliffs, N.J., 1960

HOLT, C.C. - MODIGLIANI, F. - MUTH, J.F.: Derivation of a Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, MS, Vol. 2, 1955/56, S. 159 - 177

HOLT, C.C. - MODIGLIANI, F. - SIMON, H.A.: Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling, MS, Vol.2, 1955/56, S. 1 - 30

HOWARD, R.: Dynamic Programming and Markow Processes, New York, 1960

HUGLI, W.C., Jr.: Production Planning Through Inventory Control, MS, Vol. 1, 1960, S. 59 - 65

HU, T.C. - PRAGER, W.: Network Analysis of Production Smoothing, NRLQ, Vol. 6, 1959, S. 17 - 24

JEWEL, W.S.: Warehousing and Distribution of a Seasonal Product, NRLQ, Vol. 4, 1957, S. 29 - 34

JOHNSON, S.M.: Sequential Production Planning over Time at Minimum Cost, MS, Vol. 3, 1956/57, S. 435 - 437

JOKSCH, H.C.: Lineares Programmieren, Tübingen, 2. Aufl., 1965

KARLIN, S.: The Structure of Dynamic Programming Models, NRLQ, Vol. 2, 1955, S. 285 - 294

KARLIN, S.: Dynamic Inventory Policy with Varying Stochastic Demands, MS, Vol. 6, 1959/60, S. 231 - 258

KARUSH, W. - VAZSONYI, A.: Mathematical Programming and Employment Scheduling, NRLQ, Vol. 4, 1957, S. 297 - 320

KARUSH, W.: On a Class of Minimum-Cost Problems, MS, Vol. 4, 1957/58, S. 136 - 155

KAUFMANN, A.: Methods and Models of Operations Research, Englewood Cliffs, N.J.

KILGER, W.: Produktionsplanung einschließlich Planung des Fertigungsprogramms, in: Dynamische Betriebsplanung zur Anpassung an wirtschaftliche Wechsellagen, Bd. 2 der Schriftenreihe der AGPLAN, S. 66 - 83

KLEIN, M.: On Production Smoothing, MS, Vol. 7, 1960/61 S. 286 - 293

KOCH, H.: Betriebliche Planung, Grundlagen und Grundfragen der Unternehmenspolitik, Wiesbaden, 1961

KRELLE, W. - KÜNZI, H.P.: Lineare Programmierung, Zürich 1958

LESOURNE, J.: Unternehmensführung und Unternehmensforschung, München - Wien 1964

LEVY, J.: Optimal Inventory Policy when Demand is Increasing, OR, Vol. 8, 1960, S. 861 - 863

LÜCKE, W.: Finanzplanung und Finanzkontrolle, Wiesbaden, 1962

LÜCKE, W.: Das Gesetz der Massenproduktion in betriebswirtschaftlicher Sicht, in: Koch, H. (Herausgeber): Festschrift für Gutenberg, Wiesbaden, 1962, S. 313 - 365

MAGEE, J.F.: Production Planning and Inventory Control, New York, 1959

MAGEE, J.F.: Studies in Operations Research - I. Linear Programming in Production Scheduling, Cambridge, Mass., 1952,

MANNE, A.S.: Economic Analysis for Business Decisions, New York - Toronto - London, 1961

MANNE, A.S.: A Note on the Modigliani-Hohn Production Smoothing Model, MS, Vol. 3, 1956/57, S. 371 - 379

MAYER, R.R.: Production Management, New York, 1962

MC CLOSKEY, J.F. - TREFETHEN, F. (Editors): Operations Research for Management, Baltimore, 1954

MELLEROWICZ, K.: Kosten und Kostenrechnung, Bd. 2, 2. Aufl., Berlin, 1958

MELLEROWICZ, K.: Planung und Plankostenrechnung, Bd. 1, Betriebliche Planung, Freiburg, 1961

METZGER, R.W.: Elementary Mathematical Programming, New York, 1958

MILLS, E.S.: A Note on Seasonal Inventories, Econometrica, Vol. 28, 1960, S. 919 - 920

MILLS, E.S.: The Theory of Inventory Decisions, Econometrica, Vol. 25, 1957, S. 222 - 238

MODIGLIANI, F. - HOHN, F.: Production Planning over Time and the Nature of the Expectation and Planning Horizon, Econometrica, Vol. 23, 1955, S. 46 - 66

MUNZ, M.: Finanzplan, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 3. Aufl., Stuttgart 1956, Spalte 692 - 697

MUTH, J.F. - THOMPSON, G.L.: Industrial Scheduling, Englewood Cliffs, N.J., 1963

NADDOR, E.: Some Models of Inventory and an Application, MS, Vol. 2, 1955/56, S. 299 - 312

NEUMANN, K. - NEUMANN, Th.: Die Anwendung des elektronischen Analogrechners auf das dynamische Optimieren, Ufo, Bd. 7, 1963, S. 117 - 130

OPTNER, S.L.: Systems Analysis for Business Management, Englewood Cliffs, N.J., 1960

PETERS, B.: Die Bestimmung der optimalen Losgröße, eine Anwendung der Nichtlinearen Programmierung, Göttingen, 1961

REINER, M.: Die Saisonschwankungen als betriebswirtschaftliches Problem, Diss., Köln, 1949

REINFELD, N.V. - VOGEL, W.R.: Mathematical Programming, Englewood Cliffs, 1958

RIEBEL, P.: Die Elastizität des Betriebes, Köln-Opladen, 1954

RKW-Auslandsdienst: Ablauf- und Planungsforschung, Operations Research, Heft 56, München, 1958

ROOS, Ch.F.: Survey of Economic Forecasting Techniques, Econometrica, Vol. 23, 1955, S. 363 - 395

SAATY, T.L.: Mathematical Methods of Operations Research, New York, 1959

SADOWSKI, W.: Theorie und Methoden der Optimierungsrechnung in der Wirtschaft (Übersetzung aus dem Polnischen), Berlin, 1963

SASIENI, M.: Dynamic Programming and Inventory Problems, ORQ, Vol. 11, 1960, S. 41 - 49

SASIENI, M. - YASPAN, A. - FRIEDMANN, L.: Operations Research, New York, 1959

SAATY, Th.L.: Mathematical Methods of Operations Research, New York - Toronto - London, 1959

SCARF, E.H. - GILFORD, D.M. - SHELLY, M.W.: Multistage Inventory Models and Techniques, Stanford, 1963

SCHILD, A.: On Inventory, Production and Employment Scheduling, MS, Vol. 5, 1958/59, S. 157 - 168

SCHLAIFER, R.: Probability and Statistics for Business Decisions, New York, 1959

SCHNEIDER, E.: Einführung in die Wirtschaftstheorie, Tübingen, 1965

SCHNEIDER, E.: Absatz, Produktion und Lagerhaltung bei einfacher Produktion, Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung, Bd. 4, 1938, S. 99 - 120

SCHULZ, K.H.: Die Ökonomik des Saisonbetriebes, Diss., Nürnberg, 1953

SCHUPACK, M.B.: Economic-Lot Sizes with Seasonal Demand, OR, Vol. 7, 1959, S. 45 - 47

SCHWARZ, H.: Grundfragen von Materialbeschaffung, Fertigung und Vertrieb, Freiburg, 1959

SHEPHARD, R.W.: Dynamic Programming - Produktionsplanung zum Zwecke der Minimierung der Produktions- und Lagerkosten, Ablauf- und Planungsforschung (Operational Research), Bd. 5, 1964, S. 1 - 25

SHERMAN, S.: Comment on Smooth Patterns of Production, MS, Vol. 1, 1955, S. 271

SIMON, H.A.: On the Application of Servomechanism Theory in the Study of Production Control, Econometrica, Vol. 20, 1952, S. 247 - 268

SIMON, H.A.: Dynamic Programming under Uncertainty with a Quadratic Criterion Function, Econometrica, Vol. 24, 1956, S. 74 - 81

SOLOMON, M.J.: The Use of an Economic Lot Range in Scheduling Production, MS, Vol. 5, 1958/59, S. 434 -

STARR, M. - MILLER, D.: Inventory Control: Theory and Practice, Englewood Cliffs, N.J. 1962

SWARC, W.: The Transportation Problem with Stochastic Demand, MS, Vol. 11, 1964, S. 33 - 50

THEIL, H.: A Note on Certainty Equivalente in Dynamic Planning, Econometrica, Vol. 25, 1957, S. 346 - 349

VASSIAN, H.J.: Application of Discrete Variable Servo Theory to Inventory Control, JORSA, Vol. 3, 1955, S. 272 - 282

VAZSONYI, A.: Scientific Programming in Business and Industry, New York, 1958

WAGEMANN, E.: Konjunkturlehre, Berlin, 1928

WAGENFÜHR, R.: Statistik leicht gemacht, 4. Aufl., Köln, 1963

WAGNER, H.M. - WHITIN, T.M.: Dynamic Version of the Economic-Lot-Size Model, MS, Vol. 5, 1958/59, S. 89 - 96

WEISKAM, J.: Methoden der Voraussage als Grundlage betrieblicher Planung, Freiburg, 1963

WHITIN, T.M.: The Theory of Inventory Management, Princeton, N.J. 1959

WILLIAMS, A.C.: A Stochastic Transportation Problem, OR, Vol. 11, 1963, S. 759 - 77o

WINTERS. P.R.: Forecasting Sales by exponentially weighted moving averages, MS, Vol. 6, 1959/60, S. 324 - 342

ZSCHOKE, D.: Die Behandlung von Entscheidungsproblemen mit Hilfe des Dynamischen Programmierens, Ufo, Bd. 8, 1964, S. 101 - 127

Abkürzungen

HdB = Handwörterbuch der Betriebswirtschaft
HdSW = Handwörterbuch der Sozialwissenschaft

BFuP = Betriebswirtschaftl. Forschung und Praxis
HBR = Harvard Business Review
MS = Management Science
NRLQ = Naval Research Logistics Quarterly
OR = JORSA = Operations Research
ORQ = Operational Research Quarterly
Ufo = Unternehmensforschung
ZfB = Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfhF = Zeitschrift für handelswiss. Forschung

Lebenslauf

Geboren bin ich am 11. 12. 1936 in Dornberg in Ostpreußen. Vom Herbst 1943 bis zum Frühjahr 1949 besuchte ich mit einem Jahr Unterbrechung die Volksschule, anschließend bis 1958 das Ratsgymnasium in Peine, wo ich im März 1958 die Reifeprüfung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Zweig ablegte.

Anschließend begann ich im SS 1958 mit dem betriebswirtschaftlichen Studium in Göttingen und setzte es anschließend in Berlin und Hamburg fort. Bevor ich 1961 wieder nach Göttingen zurückkehrte, war ich ein knappes Jahr als kaufmännischer Praktikant in Frankreich (Auxerre) und England (London) tätig gewesen. Im Mai 1963 legte ich an der Georgia Augusta in Göttingen das Examen für Diplom-Kaufleute ab. Daran anschließend setzte ich meine Studien in Göttingen fort und begann mit der Anfertigung der Dissertation. Nebenbei war ich bei einem Göttinger Wirtschaftsprüfer tätig. Diese Tätigkeit gab ich Ende 1964 auf und widmete mich in dem darauf folgenden Jahr ausschließlich der Dissertation. Seit dem 1. Januar 1966 bin ich in einem Industriebetrieb in Hannover in der Stabstelle Betriebswirtschaft beschäftigt.